

# Themenfelder der Klassenstufen 9 und 10

Erweiterte Realschule: M-Bildungsgang

- mit Ergänzungen für die A-Gruppen -

## **Hinweis zu den A-Gruppen:**

Kompetenzen und Inhalte, die sich auf den Übergang in die gymnasiale Oberstufe beziehen, sind mit einem Stern (\*) und kursiv gekennzeichnet.

**Zahl - Messen**

Mit den irrationalen Zahlen wird der bisher bekannte Zahlenbereich der rationalen Zahlen zu den reellen Zahlen ergänzt. Die Abgrenzung zu den rationalen Zahlen in der Dezimaldarstellung muss in Beispielen vertieft werden.

Die Umkehroperationen Quadrieren und Radizieren werden gemeinsam behandelt. Auf das Überschlagen von Ergebnissen ist besonderes Gewicht zu legen. Die Kenntnis der Quadratzahlen bis 625 erleichtert darüber hinaus die Erarbeitung der Rechengesetze. Die Wurzel- und Potenzgesetze sollen stets so behandelt werden, dass sie zur Vereinfachung von Berechnungen führen. Die Darstellung von großen und kleinen Zahlen mit Zehnerpotenzen und das Deuten von Taschenrechneranzeigen in Potenzdarstellung sind eingebettet in lebensnahe Kontexte zu behandeln. Der Wechsel zwischen Wurzel- und Potenzdarstellung sollte an geeigneten Stellen angewandt werden.

*\* Auf erhöhtem Anforderungsniveau leistet das Heron-Verfahren einen wichtigen Beitrag zum Aufbau der Begriffe Iteration, Approximation und Konvergenz. Bei der Erweiterung des Potenzbegriffs auf negativ ganzzahlige und sodann rationale Exponenten ist die Anwendung des Permanenzprinzips zu thematisieren.*

**Prüfungsrelevante Inhalte**

Quadrat- und Kubikwurzeln, Potenzgesetze, rationale Exponenten, Zehnerpotenzschreibweise

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen begründen
- den Unterschied zwischen rationalen und irrationalen Zahlen erläutern
- eine begonnene Folge von Nachkommastellen einer reellen Zahl zu einer rationalen oder irrationalen Zahl begründend fortsetzen  
*indirekt argumentieren, z. B. die Irrationalität von  $2$  nachweisen*  
*die Potenzschreibweise mit ganzzahligen und gebrochenen Exponenten an Hand des Permanenzprinzips erklären*

**Kommunizieren**

- Näherungsverfahren für irrationale Zahlen beschreiben

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- Intervallschachtelung verwenden, um irrationale Zahlen näherungsweise anzugeben und diese am Zahlenstrahl zu lokalisieren
- die Potenzschreibweise mit ganzzahligen und gebrochenen Exponenten an Beispielen erklären
- Zahlen situationsangemessen u.a. in Zehnerpotenzschreibweise darstellen
- \* *die Rechenschritte des Heron-Verfahrens in Terme fassen und geometrisch veranschaulichen*

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- „sehr kleine“ und „sehr große“ Zahlen mit dem Taschenrechner erfassen (z.B. Zehnerpotenzen)
- Näherungsverfahren für irrationale Zahlen mit dem Taschenrechner durchführen
- Rundungen durchführen
- mit Quadratwurzeln, Kubikwurzeln (auch in Potenzschreibweise) und Potenzen mit ganzzahligen Exponenten rechnen und die entsprechenden Rechengesetze zum Umformen verwenden

**Funktionaler Zusammenhang - Zahl - Messen - Raum und Form**

Durch lineare Gleichungen mit zwei Variablen, lineare Gleichungssysteme, quadratische Gleichungen und Funktionen, Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen und die Sinusfunktion wird das Repertoire zur algebraischen Beschreibung funktionaler Zusammenhänge und das Modellieren von Sachsituationen in der Doppeljahrgangsstufe 9/10 erheblich ausgeweitet.

In der Gleichungslehre kommt dem algorithmischen und dem zeichnerischen Lösen gleiche Bedeutung zu. Insbesondere bei linearen Gleichungen mit zwei Unbekannten, linearen Gleichungssystemen und quadratischen Gleichungen erlauben der Einsatz von Lineal und Parabelschablone auf der einen Seite und die Existenz handhabbarer Lösungsalgorithmen auf der anderen Seite ein verständiges Gegenüberstellen von zeichnerischer und rechnerischer Lösung. Darüber hinaus ermöglicht der zeichnerische Zugang geometrische Interpretationen von Aussagen über die Lösbarkeit von Gleichungen und Gleichungssystemen.

Die sichere Beherrschung des Umgangs mit der Scheitelpunktform quadratischer Funktionsgleichungen ist notwendig. Streckung, Stauchung und Verschiebung von Parabeln sollen mit Funktionenplottern selbstständig untersucht werden.

Beim rechnerischen Lösen quadratischer Gleichungen kann auf die Formelsammlung zurückgegriffen werden. Lösungsformel, Satz von Vieta und quadratische Ergänzung können je nach Leistungsstand der Lerngruppe und Schwerpunktsetzung im Unterricht behandelt werden.

Potenzfunktionen mit natürlichen, ganzzahligen und rationalen Exponenten sollen mit einem Funktionenplotter untersucht werden. Ein Sammeln und Systematisieren von Eigenschaften dieser Funktionen bietet sich an.

Bei den trigonometrischen Funktionen erfolgt eine exemplarische Beschränkung auf Sinusfunktionen, an denen die Veränderung von Amplitude und Periodenlänge untersucht wird. Auf ein rechnerisches Lösen trigonometrischer Gleichungen wird verzichtet.

*\* Bei der Behandlung der Funktionen wird auf erhöhtem Anforderungsniveau auch die sichere Verwendung der Begriffe Definitionsmenge, Wertemenge, Monotonie(intervalle), lokale Extrempunkte und Symmetrie auf ikonischer Grundlage angestrebt.*

*Die Sinusfunktion nimmt Bezug auf den Einheitskreis einschließlich der Verwendung des Bogenmaßes. Die von den Parabeln her bereits bekannten Transformationen werden mit den allgemeinen Sinuskurven  $y = a \sin(b x + c) + d$  wieder aufgegriffen.*

**Prüfungsrelevante Inhalte**

lineare Gleichungssysteme, quadratische Gleichungen und Funktionen (Scheitelpunktform), Potenzfunktionen, Exponentialfunktion, Logarithmusbegriff, Sinusfunktion, zeichnerisches Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- Lage und Verlauf der Graphen quadratischer Funktionen, deren Funktionsgleichung in Scheitelpunktform vorliegen, beschreiben und begründen
- Lösungen und Lösbarkeit von Gleichungen mit Hilfe des Graphen der zugehörigen Funktion untersuchen und begründen
- Verlauf der Graphen von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen beschreiben und begründen
- den Zusammenhang von Größen aus verschiedenen Themenfeldern (z.B. geometrische Formeln) unter funktionalem Aspekt beschreiben („Wie verändert sich ...?“)

**Kommunizieren**

- kennzeichnende Merkmale der behandelten Funktionen bestimmen und beschreiben
- das Lösen von Gleichungen dokumentieren
- Vor- und Nachteile zeichnerischer und rechnerischer Lösungsverfahren beschreiben

**Problemlösen**

- durch systematisches Probieren (mit Hilfe von Wertetabellen) besondere Stellen und Punkte eines Funktionsgraphen finden
- Gleichungen, für die kein rechnerisches Lösungsverfahren bekannt ist, mit Hilfe vorgegebener passender Funktionsgraphen graphisch lösen (Analogieprinzip)  
*Funktionsterme auf der Grundlage gegebener Eigenschaften des Graphen erstellen*

**Modellieren**

- lineare, quadratische und exponentielle Wachstumsmodelle verwenden
- periodische Vorgänge mit Sinusfunktionen mathematisieren

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- Funktionale Zusammenhänge sprachlich, tabellarisch, graphisch oder als Funktionsgleichung situationsangemessen darstellen
- unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge vergleichen und interpretieren
- Graphen der Funktionen mit den Funktionstermen  $\frac{1}{x}$ ,  $x^3$ ,  $a^x$  und  $\sqrt{x}$  identifizieren und zeichnen

*Graphen der Funktionenklassen  $y = a x^2 + b x + c$  und  $y = a \sin(b x + c) + d$  identifizieren und zeichnen*

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Hilfsmittel wie Lineal, Geodreieck, Normalparabelschablone und Funktionenplotter zur Darstellung von Funktionsgraphen verwenden
- Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen und Exponentialgleichungen auch unter Zuhilfenahme einer Formelsammlung ausführen
- Gleichungssysteme (auch nichtlineare) mit zwei Unbekannten graphisch auch mit Hilfe geeigneter Software lösen  
*Additions- und Subtraktionsverfahren in Vorbereitung auf den Gaußschen Algorithmus zum Lösen linearer Gleichungssysteme verwenden*
- Verschiebungen und Streckungen von Funktionsgraphen am Term erkennen

**Funktionaler Zusammenhang - Daten und Zufall**

Wachstumsprozesse lassen sich mit Hilfe von Funktionen und ihren unterschiedlichen Darstellungen beschreiben. Neben linearem, quadratischem (Bremsweg, Flächen) und kubischem (Volumina) Wachstum bieten reale Problemstellungen (z.B. Wertverlust eines PKW, Fragen zur Bevölkerungsentwicklung) Anlass, die Exponentialfunktionen kennenzulernen *und den Logarithmusbegriff zu erfassen*.\*

Ein deutliches Gewicht liegt auf dem Modellierungsaspekt, da es bei realen Problemen stets Abweichungen zwischen Modellrechnungen und realen Daten gibt, die zum Hinterfragen und Diskutieren auffordern.

\* *Der Unterricht soll die rekursive Sichtweise auf Wachstums- und Zerfallsprozesse einbeziehen und diese auch formal symbolisch fassen, z. B.  $f(x+c) = k f(x)$  beim exponentiellen bzw.  $f(x+c) = f(x)+a$  beim linearen Wachstum.*

**Prüfungsrelevante Inhalte**

lineare, quadratische und exponentielle Wachstumsprozesse

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- Beispiele für unterschiedliche Wachstumsarten angeben und erläutern
- Fragen stellen, die sich mit Daten und Informationen aus authentischen Quellen (z.B. Zeitung, Internet, Sachtexten) beantworten lassen
- bearbeitete Modellierungsaufgaben vor dem Hintergrund des Modellbildungskreislaufs beschreiben und bewerten

**Kommunizieren**

- Daten und Informationen aus authentischen Quellen entnehmen
- Überlegungen und Lösungen zu komplexen Sachverhalten dokumentieren und präsentieren

**Problemlösen**

- geeignete mathematische Modelle (z.B. aus bekannten Funktionenklassen) auswählen und anpassen  
*Wachstumsparameter aus zwei konkreten Wertepaaren für lineares und exponentielles Wachstum berechnen*

**Modellieren**

- reale Situationen in mathematische Modelle mit linearem, quadratischem, kubischem und exponentiellem Wachstum (bzw. Abnahme) übersetzen
- Parameter in Modellfunktionen variieren und vor dem realen Hintergrund interpretieren
- die Grenzen eines Modells beschreiben (z.B. bei der Modellierung von Bevölkerungsentwicklung durch exponentielles Wachstum)
- mathematische Lösungen in der Realsituation interpretieren und bewerten und gegebenenfalls das Modell modifizieren oder austauschen

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- Wachstumsprozesse durch Tabellen, Diagramme, Terme und Funktionsgraphen (auch mit Hilfe von Software) darstellen
- Darstellungen situationsangemessen auswählen

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Software (Tabellenkalkulation, Funktionenplotter, GTR) zur Anpassung von Funktionen an gegebene Daten verwenden
- Logarithmen mit Hilfe eines Taschenrechners berechnen

**Raum und Form - Messen - funktionaler Zusammenhang**

Die Geometrie nimmt mit ihren Teildisziplinen Planimetrie, Stereometrie und Trigonometrie zeitlich und inhaltlich eine besondere Stellung in den Klassenstufen 9 und 10 ein. Aufbauend auf den Kompetenzen und Inhalten der Vorjahre stehen jetzt Berechnungen von Kreis, Prisma, Zylinder, Spitzkörper und Kugel sowie im Dreieck mit Hilfe der Trigonometrie und des Satzes des Pythagoras im Vordergrund. Einem handlungsorientierten, induktiven Zugang zu diesen Themen folgt die formale Darstellung in zeitlichem Abstand. Besondere Beachtung im Unterricht muss der verständige Umgang mit der Formelsammlung erhalten, durch welche ein breites Spektrum an Flächen und Körpern zur Verfügung steht.

Durch Vernetzung mit anderen Gebieten der Mathematik (z.B. Umstellen von Formeln, Lösen von Gleichungen, heuristisches Vorgehen durch systematisches Probieren) wird ein vertieftes Verständnis erreicht. Dynamische Geometriesysteme sind verstärkt einzusetzen, um Zusammenhänge auch beweglich zu visualisieren und die Raumvorstellung weiterzuentwickeln.

*\* Einige der Grundformeln für Volumina werden experimentell motiviert und durch deduktive Verfahren (z. B. den Satz von Cavalieri) verifiziert.*

**Prüfungsrelevante Inhalte**

Berechnungen im Dreieck (Winkel, Seiten, Flächeninhalt), Satz des Pythagoras, Kreisberechnung, Prisma, Zylinder, Spitzkörper, Kugel, zusammengesetzte Flächen und Körper, wobei der Umgang mit einer umfangreichen Formelsammlung vorausgesetzt wird

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- Aussagen über die Lösbarkeit bzw. Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben machen und begründen
- Aussagekraft induktiver und deduktiver Beweisführungen unterscheiden und an geeigneten Beispielen (z.B. Winkelsummensatz, *\*Volumenformel der Halbkugel*) erläutern  
*Inhaltsgleichheit geeigneter Körper mit Hilfe des Satzes von Cavalieri begründen*

**Kommunizieren**

- Vermessungen auswerten, die Ergebnisse strukturiert darstellen und präsentieren

**Problemlösen**

- informative Planskizzen erstellen
- geometrische Objekte der Ebene und des Raumes in bekannte bzw. berechenbare Teile zerlegen bzw. zu solchen ergänzen  
*Zusammenhang zwischen Oberflächeninhaltsformel und Volumenformel bei der Kugel herstellen*

**Modellieren**

- geometrische Strukturen in der Umwelt durch bekannte mathematische Figuren und Körper mathematisieren
- Maße aus Abbildungen und Texten entnehmen oder durch Messungen gewinnen
- situationsangemessenes Interpretieren eines Resultats (z.B. sinnvolles Runden, Ausschluss eines negativen Resultats)

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- Beziehungen zwischen unterschiedlichen Darstellungen (Netz, Schrägbild, Berechnungsformeln) herstellen

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Umfänge, Strecken und Flächeninhalte auch von zusammengesetzten Flächen sowie Oberflächen und Volumina auch von zusammengesetzten Körpern mit Hilfe einer Formelsammlung berechnen

- Berechnungen in Dreiecken mit Hilfe des Satzes des Pythagoras und trigonometrischer Zusammenhänge durchführen
- Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck und dynamische Geometriesysteme zur Darstellung von Figuren und Körpern angemessen einsetzen
- \* *Änderungsverhalten von Flächeninhalten und Volumina an Hand der Formel bei Vervielfachung der Grundgrößen beschreiben (ähnliche Figuren und Körper)*
- \* *Richtigkeit von Lösungstermen durch Analyse der Termstruktur und der sich hieraus ergebenden Maßeinheit des Ergebnisses überprüfen*

**Daten und Zufall - Zahl**

Alltägliche Situationen können häufig als Zufallsexperimente modelliert werden. Ergebnisse und Ereignisse von Zufallsexperimenten sind sowohl verbal zu beschreiben als auch mit Mengen symbolisch darzustellen. Die Veranschaulichung von Ergebnismengen mehrstufiger Zufallsexperimente durch Baumdiagramme, allgemeine Zählprinzipien zur systematischen Abzählung endlicher Mengen und die Berechnung der Wahrscheinlichkeit von Ereignissen zur Einschätzung von Chancen und Risiken in realen Situationen (wie etwa Gewinn- oder Wettspielen) führen zu wichtigen Erkenntnissen.

Im Bereich der Statistik werden Daten erfasst und in Tabellen und Diagrammen veranschaulicht. Die statistischen Kenngrößen arithmetisches Mittel, Median, Spannweite und Quartil und ihre Darstellung im Boxplot werden verwendet, um die Aussagekraft unterschiedlicher Erhebungen zu diskutieren und sich deren Zielsetzungen bewusst zu machen.

*\* Auf der Grundlage der Baumdiagramme und Pfadregeln wird der Begriff der „bedingten Wahrscheinlichkeit“ von Ereignissen abstrahiert. Beim Strukturieren konkreter Aufgaben kann zum Baumdiagramm die Vierfeldertafel als Hilfsmittel hinzugezogen werden.*

**Prüfungsrelevante Inhalte**

relative Häufigkeit, Baumdiagramm, Wahrscheinlichkeiten berechnen (Pfadregel, Laplace-Experiment), Mittelwerte, Streumaße, Box-Plot

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- Wahrscheinlichkeiten zur Beurteilung realer Situationen (z.B. Glücksspielen) nutzen und mit diesen eigene Einschätzungen erläutern
- die statistischen Größen „arithmetisches Mittel“, „Median“ und „Quartil“ zur Analyse statistischer Verteilungen verwenden
- Darstellungen von statistischen Erhebungen analysieren und Fehler oder bewusste Manipulationen entdecken und beschreiben

**Kommunizieren**

- authentischem Material (z.B. Statistiken aus Zeitung, Internet) Informationen entnehmen, beschreiben und bewerten
- statistische Erhebungen in der Gruppe selbstorganisiert planen, durchführen, auswerten und präsentieren

**Problemlösen**

- kombinatorische Probleme durch Auswahl geeigneter Zählstrategien bearbeiten

**Modellieren**

- reale Situationen vereinfachen, um statistische Erhebungen durchführen zu können
- Experimente zur Simulation zufälliger Vorgänge planen, durchführen, auswerten und interpretieren
- \* UND-Ereignisse und bedingte Ereignisse in Texten erkennen und voneinander abgrenzen*

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- Baumdiagramme zur graphischen Verdeutlichung und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten verwenden
- verschiedene Darstellungsmöglichkeiten für Daten kennen und verwenden

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Mengen zur aufzählenden Beschreibung von Ereignissen verwenden
- Tabellenkalkulationsprogramme zur Verarbeitung und Darstellung von Daten nutzen
- \* zwei Ereignisse auf ihre Unabhängigkeit hin untersuchen*