Ministerium für Bildung und Kultur
SAARLAND

Lehrplan

Mathematik

Gymnasium

Klassenstufe 6

2014

Didaktisches Vorwort zum Lehrplan der Klassenstufe 6

Im Mittelpunkt des Unterrichts in der Klassenstufe 6 steht die Einführung der rationalen Zahlen. Die Schülerinnen und Schüler gewinnen Einsicht in die sachliche Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen. Dabei sollen Sinn tragende Vorstellungen sowohl von den Bruchzahlen als auch von den negativen Zahlen entwickelt werden. Die Rechenregeln in den neuen Zahlbereichen genügen der Forderung, dass die bereits behandelten Rechengesetze und Verfahren erhalten bleiben (Permanenzprinzip). Neu hinzu kommen die Gesetze zu Kehrzahl und Gegenzahl.

Im Bereich der Geometrie wird der Übergang von der Ebene in den Raum vielfältig durch selbst gebastelte Modelle, zeichnerische Darstellungen, verbale und formale Beschreibungen und rechnerische Auswertungen begleitet. Die an den ebenen Figuren entwickelten Grundbausteine, Erschließungsmuster und Begrifflichkeiten finden neue Anwendung. Besonderes Augenmerk wird auch auf die Entwicklung von Raumvorstellungen gelegt.

In Klassenstufe 6 wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner (Grundrechenarten, Potenzen, Kehrwerttaste, Gegenzahltaste, mehrere Klammerebenen, mehrere Zwischenspeicher, Brucharithmetik) verpflichtend eingeführt. Hierauf kann nur dann verzichtet werden, wenn an der Schule in der Klassenstufe 7 ein graphikfähiger Taschenrechner eingeführt wird.

Lernbereiche der Klassenstufe 6

Lernbereiche Klassenstufe 6	**Mathematik**
1. Bruchzahlen	etwa 30 Prozent der Unterrichtszeit
1.1. Zahlbereichserweiterung von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{B}$	
Brüche Erweitern und Kürzen von Brüchen Dezimalbruchdarstellung Hinweise	
1.2. Rechnen mit Bruchzahlen	
Addieren und Subtrahieren von Brüchen Addieren und Subtrahieren von endlichen Dezimalbrüchen Eigenschaften der Addition Multiplizieren und Dividieren von Brüchen Multiplizieren und Dividieren von endlichen Dezimalbrüchen Eigenschaften der Multiplikation Verbinden der Rechenarten Dichtheit von $\mathbb{B}$ Hinweise	
2. Geometrische Körper	etwa 15 Prozent der Unterrichtszeit
Elementare Körper Beschreibung und Eigenschaften von Körpern Quader Rauminhalt und Oberflächeninhalt des Quaders Hinweise	
3. Symmetrie	etwa 15 Prozent der Unterrichtszeit
Achsensymmetrie Drehsymmetrie Hinweise	
4. Rationale Zahlen	etwa 40 Prozent der Unterrichtszeit
4.1. Zahlbereichserweiterung von $\mathbb{B}$ nach $\mathbb{Q}$	
Größen mit negativen Maßzahlen Positive und negative Zahlen Rationale Zahlen Anordnung der rationalen Zahlen Zahl und Gegenzahl Betrag Erweiterung des Koordinatensystems auf vier Quadranten Hinweise	
4.2. Rechnen mit rationalen Zahlen	
Addieren rationaler Zahlen Subtrahieren rationaler Zahlen Multiplizieren rationaler Zahlen Dividieren rationaler Zahlen Verbinden der Rechenarten Hinweise	
4.3. Terme, Gleichungen, Ungleichungen	
Terme Aussagen und Aussageformen Gleichungen der Form $a \cdot x + b = c \cdot x + d$ Ungleichungen der Form $a \cdot x + b > c$ und $a \cdot x + b < c$ Hinweise	

1. Bruchzahlen — Mathematik 6

Die Behandlung der Bruchzahlen hat überleitenden Charakter, da zentrale Lernbereiche aus Klassenstufe 5 wieder aufgegriffen, jetzt aber von einem neuen übergeordneten Standpunkt her systematisiert und erweitert werden.

Die Zahlbereichserweiterung von der Menge der natürlichen Zahlen zur Menge der Bruchzahlen wird getragen vom Leitgedanken des Permanenzprinzips und stützt sich auf die Grundvorstellung von Bruchteilen. Ausgehend von anschaulichen Problemstellungen erkennen die Schülerinnen und Schüler den Nutzen des neuen Zahlbereichs – auch hinsichtlich der Lösbarkeit von Gleichungen. Das Zurückstellen des negativen Vorzeichens hat dabei den Vorteil, das verständige Verankern der neuen Zahlen im Alltag zu erleichtern (z. B. über das Denken in Proportionalitäten), bevor eher formale Routinefertigkeiten greifen.

Angesprochen ist in diesem Lernbereich somit in erster Linie die Leitidee „Zahl“, im Rahmen konkreter Visualisierungen auch die Leitidee „Messen“.

1.1. Zahlbereichserweiterung von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{B}$

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
Brüche • Bruchteile von Größenwerten (Wiederholung aus Klassenstufe 5) • ein Bruch als – mehrere Teile eines Ganzen – ein Teil mehrerer Ganzer – als Vorschrift zum Bilden von Anteilen – die Lösung einer Gleichung der Form $b \cdot x = a$, $b \neq 0$ • Brüche und – Punkte auf dem Zahlenstrahl – Ergebnisse der Division natürlicher Zahlen: $a : b = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$ • keine Einschränkung beim Dividieren (Divisor $\neq 0$) • Bezeichnungen: echter und unechter Bruch, Stammbruch • gemischte Schreibweise	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen Anteile und stellen sie graphisch dar **(K5)** • zeichnen in einfachen Fällen Zahlpunkte zu Brüchen auf dem Zahlenstrahl ein bzw. lesen Brüche zu Zahlenpunkten ab **(K5)** • formulieren Sachaufgaben zu Gleichungen der Form $b \cdot x = a$ **(K3)** • geben den Wert eines Quotienten als Bruch an **(K4)** • wandeln unechte Brüche in die gemischte Schreibweise um und lesen den ganzzahligen Anteil ab **(K5)** • identifizieren $\frac{n}{1}$ mit n für alle natürlichen Zahlen n **(K4)**
Erweitern und Kürzen von Brüchen • Erweitern eines Bruches bedeutet, Zähler und Nenner mit derselben Zahl $\neq 0$ multiplizieren • Kürzen eines Bruches bedeutet, Zähler und Nenner durch einen gemeinsamen Teiler dividieren • vollständig gekürzte Brüche • verschiedene Brüche als Repräsentanten der gleichen Bruchzahl • gleichnamige Brüche • Hauptnenner als kgV der Nenner von vollständig gekürzten Brüchen • Anordnen von Brüchen bzw. Bruchzahlen • Menge $\mathbb{B}$ der Bruchzahlen • $\mathbb{N}$ als Teilmenge von $\mathbb{B}$	Die Schülerinnen und Schüler • nutzen die Teilbarkeitskriterien beim Kürzen **(K5)** • untersuchen, ob zwei Brüche dieselbe Bruchzahl repräsentieren **(K5)** • begründen, dass jede Bruchzahl durch unendlich viele Brüche repräsentiert werden kann **(K1)** • erläutern Erweitern und Kürzen am Kreis- und am Rechteckdiagramm **(K4)** • bringen bis zu fünf Brüche auf den Hauptnenner **(K5)** • skalieren den Zahlenstrahl geeignet im Hinblick auf den Hauptnenner **(K3)** • ordnen Brüche bei gleichem Nenner oder gleichem Zähler **(K1)**

1. Bruchzahlen	Mathematik 6
Verbindliches Fachwissen	**Verbindliche Kompetenzschwerpunkte**
Dezimalbruchdarstellung • Zehnerbrüche • Erweitern der Stellenwerttafel, Begriff der Dezimale • Anordnen von Dezimalbrüchen • Fortführen des Divisionsalgorithmus mittels Kommaschreibweise • endliche und periodische Dezimalbrüche • <u>Satz:</u> Bei Verzicht auf die Periode 9 und die Enddezimale 0 gilt: Für jede Bruchzahl gibt es genau eine (entweder endliche oder periodische) Darstellung als Dezimalbruch. • natürliche Zahlen in Dezimalbruchdarstellung • Runden von Dezimalbrüchen • Umwandeln der Darstellungen von Bruchzahlen	Die Schülerinnen und Schüler • erweitern vollständig gekürzte Brüche, deren Nenner nur die Primfaktoren 2 oder auch 5 besitzen, auf Zehnerbrüche **(K5)** • geben die Dezimalbruchdarstellungen der Brüche $\frac{1}{10};\frac{1}{9};\frac{1}{8};\frac{1}{6};\frac{1}{5};\frac{1}{4};\frac{1}{3};\frac{1}{2}$ an **(K5)** • wandeln einen Zehnerbruch in einen endlichen Dezimalbruch um und umgekehrt **(K5)** • begründen, warum man bei einem Dezimalbruch am Ende Nullen weglassen oder hinzufügen darf **(K1)** • verwenden das Periodensymbol **(K5)** • begründen, dass bei einem vollständig gekürzten Bruch mit Nenner m die Periodenlänge der Dezimalbruchdarstellung höchstens $m-1$ beträgt **(K1)** • identifizieren periodische Dezimalbrüche mit der Periode 9 mit dem zugehörigen endlichen Dezimalbruch, z. B. $2,3\overline{9} = 2,4$ **(K1)** • bewerten die vom Taschenrechner angezeigte Ziffernfolge bei der Darstellung von Dezimalbrüchen **(K1)** • wechseln von der Bruchdarstellung in die Dezimalbruchdarstellung **(K4)**

Hinweise

zu Lernbereich 1.1 (Zahlbereichserweiterung von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{B}$)

Methodische und fachdidaktische Erläuterungen

- Bei der Betrachtung von Brüchen mittels Gleichungen der Form $b \cdot x = a$ ist keine allgemeine Behandlung des Themas „Gleichungen“ durchzuführen.
- Die systematische Behandlung des Themas „Gleichungen“ ist nach der Einführung der rationalen Zahlen vorgesehen.
- In passenden Kontexten können Brüche auch als Eintrittschance gedeutet werden.
- Stammbrüche können auch als Quasi-Ordinalzahlen (z. B. jeder Dritte – im strikten und im statistischen Sinne) interpretiert werden.
- Das Umwandeln von unechten Brüchen in die gemischte Schreibweise kann über die Division mit Rest erfolgen.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Erstellen von Diagrammen zu Brüchen

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5: Bruchteile, ggT und kgV, Teilbarkeitskriterien
- Klassenstufe 8: Hauptnenner von Bruchtermen

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Taktbezeichnung in der Musik

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Einfacher Taschenrechner zur Ergebniskontrolle

Fakultative Inhalte

- Umwandlung von periodischen Dezimalbrüchen in Brüche

1. Bruchzahlen	**Mathematik 6**
1.2. Rechnen mit Bruchzahlen	
Verbindliches Fachwissen	**Verbindliche Kompetenzschwerpunkte**
Addieren und Subtrahieren von Brüchen • Additionsregel und Subtraktionsregel für gleichnamige und für ungleichnamige Brüche • Einschränkung beim Subtrahieren	Die Schülerinnen und Schüler • verbalisieren die Additions- und Subtraktionsregeln und wenden sie an **(K6)** • veranschaulichen das Addieren und Subtrahieren an geeigneten Diagrammen **(K4)** • führen einfache Rechnungen im Kopf aus **(K5)**
Addieren und Subtrahieren von endlichen Dezimalbrüchen • Additions- und Subtraktionsregel • Einschränkung beim Subtrahieren	Die Schülerinnen und Schüler • verbalisieren die Additions- und Subtraktionsregeln und wenden sie an **(K6)** • führen das Addieren und Subtrahieren auf das Rechnen mit Zehnerbrüchen zurück **(K1)**
Eigenschaften der Addition • Kommutativität (K^+) • Assoziativität (A^+) • Neutrales Element (N^+)	Die Schülerinnen und Schüler • führen die Eigenschaften der Addition von Brüchen und Dezimalbrüchen auf die Eigenschaften der Addition natürlicher Zahlen zurück **(K1)** • verschaffen sich Rechenvorteile **(K5)** • wählen beim Rechnen mit Brüchen oder Dezimalbrüchen eine geeignete Zahldarstellung **(K4)**
Multiplizieren und Dividieren von Brüchen • Multiplikation einer natürlichen Zahl mit einem Bruch als wiederholte Addition • Bilden des Bruchteils durch Multiplikation mit dem entsprechenden Bruch • Multiplikation zweier Brüche • Potenzen mit Brüchen als Basis und natürlichen Exponenten (Exponent > 1) • Begriff des Kehrbruchs • Division durch eine natürliche Zahl als gleichmäßiges Aufteilen oder Verteilen • Division durch einen Bruch über das Lösen der Umkehraufgabe • Division als Multiplikation mit dem Kehrbruch • Division eines Bruchs durch eine natürliche Zahl und die Division durch einen Bruch • keine Einschränkung der Division in $\mathbb{B}$ (Divisor $\neq 0$) • Division einer Summe durch eine Zahl • einfache Doppelbrüche	Die Schülerinnen und Schüler • veranschaulichen das Produkt aus einem Bruch und einer natürlichen Zahl als Bruchteil der natürlichen Zahl **(K4)** • veranschaulichen das Produkt zweier Brüche geometrisch **(K4)** • verbalisieren die Multiplikationsregeln und wenden sie an **(K6)** • kürzen in Produkten mit mehreren Faktoren **(K5)** • grenzen Potenzieren und Multiplizieren voneinander ab **(K5)** • verbalisieren die Divisionsregeln und wenden sie an **(K6)** • identifizieren $p:q$ mit $\frac{p}{q}$ für alle Brüche p und q $(q \neq 0)$ **(K4)** • berechnen die Werte von Doppelbrüchen **(K5)** • kontrollieren Ergebnisse durch Überschlagsrechnung **(K3)**

1. Bruchzahlen — Mathematik 6

1.2. Rechnen mit Bruchzahlen

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
Multiplizieren und Dividieren von endlichen Dezimalbrüchen • Multiplizieren mit und Dividieren durch Zehnerpotenzen • Produkte aus endlichen Dezimalbrüchen • Quotienten aus endlichen Dezimalbrüchen	Die Schülerinnen und Schüler • entwickeln die Regeln, z. B. durch vergleichendes Bruchrechnen **(K3)** • verbalisieren die Kommasetzungs- und Kommaverschiebungsregeln und wenden sie an **(K5)** • erläutern Kommasetzung und Kommaverschiebung an geeigneten Beispielen **(K6)**
Eigenschaften der Multiplikation • Kommutativität $(K^\bullet)$ • Assoziativität $(A^\bullet)$ • Neutrales Element $(N^\bullet)$ • Distributivität • Kehrbruch: Zu jedem Bruch $\frac{a}{b} \neq 0$ gibt es den Kehrbruch $\frac{b}{a}$ mit $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.	Die Schülerinnen und Schüler • verschaffen sich Rechenvorteile, auch durch Ausklammern und Ausmultiplizieren **(K5)** • begründen durch Gegenbeispiele, dass die Division durch eine Summe nicht distributiv ist **(K1)** • wählen beim Rechnen mit Brüchen oder Dezimalbrüchen eine geeignete Zahldarstellung **(K4)**
Verbinden der Rechenarten • Unabhängigkeit von der Darstellung – Verträglichkeit mit dem Rechnen in $\mathbb{N}$ – Unabhängigkeit der Ergebnisse von der Zahldarstellung • Terme mit mehreren Rechenarten und unterschiedlichen Zahldarstellungen	Die Schülerinnen und Schüler • begründen in allen vier Grundrechenarten an Hand von Beispielen, dass die Ergebnisse unabhängig von der Darstellung der Bruchzahlen sind **(K1)** • vereinfachen Terme mit allen vier Grundrechenarten **(K3)** • lösen Textaufgaben, bei denen mehrere Rechenarten und Zahldarstellungen vorkommen **(K5)**
Dichtheit von $\mathbb{B}$ • arithmetischer Mittelwert – zweier Zahlen – mehrerer Zahlen • Abgeschlossenheit der Mittelwertbildung in $\mathbb{B}$ im Vergleich zu $\mathbb{N}$	Die Schülerinnen und Schüler • veranschaulichen am Zahlenstrahl den arithmetischen Mittelwert **(K5)** • begründen, dass man zwischen zwei verschiedenen Zahlen aus $\mathbb{B}$ immer eine weitere Bruchzahl findet **(K1)**
Die Mittelwertbildung greift die Leitidee „Daten und Zufall“ auf.	

Hinweise

zu Lernbereich 1.2 (Rechnen mit Bruchzahlen)

Methodische und fachdidaktische Erläuterungen

- Die Addition sollte an konkreten Modellen, u. a. Pizzamodell und Fliesengitter, veranschaulicht werden.
- Die zusammenhängende Behandlung der Rechenoperationen betont inhaltliche Aspekte gegenüber den Kalkülen.
- Das Permanenzprinzip dient als grundlegendes Element bei Zahlbereichserweiterungen.
- Die Addition bzw. Subtraktion von Brüchen ist in geeigneten Fällen auch ohne Bestimmung des Hauptnenners durchzuführen.
- Im Lehrplan werden die folgenden Sprechweisen verwendet: Ein Bruch und ein Dezimalbruch sind unterschiedliche „Darstellungen“ einer Bruchzahl; zwei verschiedene Brüche sind unterschiedliche „Repräsentanten“ einer Bruchzahl.
- Unter „Verteilen“ versteht man eine Division von Größen, bei der Dividend und Divisor die gleiche Maßeinheit haben. Beim „Aufteilen“ ist der Divisor dimensionslos.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- geometrisches Veranschaulichen von Produkten zweier Brüche
- Rechnen mit Maßstäben bei Karten und Abbildungen

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5: Eigenschaften der Addition und der Multiplikation in $\mathbb{N}$
- Klassenstufe 5: Potenzbegriff

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Mittelwertbildung beim Auswerten von Messreihen, z. B. von Temperaturtabellen

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Taschenrechner zur Ergebniskontrolle
- Wikis mit realmath.de zum selbstständigen Üben

Fakultative Inhalte

- harmonischer Mittelwert zweier Zahlen
- Nummerieren bzw. Abzählen der Bruchzahlen, z. B. nach Georg Cantor (1845-1918)

2. Geometrische Körper	Mathematik 6
Sowohl die anschauliche als auch die formale Erfassung der dritten Dimension stellt für viele Schülerinnen und Schüler eine Herausforderung dar. Diese liegt in inhaltlichen und begrifflichen Analogien, aber auch in Neuerungen zu den ebenen Figuren – oftmals verbunden mit dem Wunsch nach einer zweidimensionalen Darstellung von Körpern – und in der Auseinandersetzung mit konkreten Situationen. Ikonische Vorstellungen und Beschreibungen korrespondieren hier mit manuellen Erfahrungen beim Basteln und Hantieren mit Modellen. In wirklichkeitsnahen Aufgaben sind die Schülerinnen und Schüler gefordert, die verschiedenen Mittel flexibel einzusetzen. Dieser Lernbereich wird von den Leitideen „Raum und Form“ sowie „Messen“ getragen.	
Verbindliches Fachwissen	**Verbindliche Kompetenzschwerpunkte**
Elementare Körper • Einfache Polyeder – Quader, Würfel – Prisma – Pyramide • Einfache Körper mit gekrümmten Flächen – Zylinder – Kegel – Kugel	Die Schülerinnen und Schüler • ordnen Gegenstände des Alltags und Grundkörper einander zu **(K3)** • benennen in ihrer Umwelt einfache geometrische Körper **(K3)** • unterscheiden Polyeder von Körpern, die von gekrümmten Flächen begrenzt sind • vergleichen Körper anhand gemeinsamer und unterschiedlicher Eigenschaften **(K3)**
Beschreibung und Eigenschaften von Körpern • Grundbegriffe – Ecke, Kante, Fläche – Seitenfläche, Grundfläche, Mantel, Oberfläche – Raumdiagonalen, Flächendiagonalen – Netz (von Polyedern) • Eulersche Polyederformel: $e+f=k+2$ • Nichtabwickelbarkeit der Kugeloberfläche	Die Schülerinnen und Schüler • verwenden die Fachbegriffe bei der Beschreibung von Körpern **(K6)** • beschreiben bei Polyedern die begrenzenden Flächen, deren Anzahlen und Deckungsgleichheiten **(K2)** • bauen Kantenmodelle von Polyedern **(K5)** • zeichnen Netze von Quadern, Prismen und Pyramiden und bauen damit Flächenmodelle **(K5)** • entdecken und überprüfen an geeigneten Polyedern die Eulersche Polyederformel **(K1)**
Quader • <u>Definition:</u> Ein Körper, der von genau sechs Rechtecken begrenzt wird, heißt Quader. • Eigenschaften des Quaders – in jeder Ecke stoßen drei Kanten (paarweise) senkrecht aufeinander – gegenüberliegende Rechtecke sind parallel und deckungsgleich – jeweils vier Kanten sind parallel und gleich lang • Schrägbilder von Quadern • <u>Definition:</u> Ein Quader, dessen begrenzende Flächen Quadrate sind, heißt Würfel.	Die Schülerinnen und Schüler • zeichnen unterschiedliche Netze des selben Quaders **(K2)** • identifizieren in Quadernetzen aufeinander fallende Ecken und Kanten **(K2)** • zeichnen Schrägbilder von Quadern vorgegebener Kantenlängen **(K5)** • ermitteln die elf unterschiedlichen Netze von Würfeln **(K2)** • nutzen Geometriesysteme zum Zeichnen von Schrägbildern **(K5)**

2. Geometrische Körper	Mathematik 6
Verbindliches Fachwissen	**Verbindliche Kompetenzschwerpunkte**
Rauminhalt und Oberflächeninhalt des Quaders • Raum und Rauminhalt (Volumen, Symbol V) • <u>Definition</u>: Ein Kubikmeter (Symbol 1 m^3) ist der Rauminhalt des Würfels mit der Kantenlänge 1 m. • Untereinheiten der Einheit 1 m^3: 1 dm^3, 1 cm^3, 1 mm^3 • Umrechnung mit 1000, Kommaverschiebung um 3 Stellen • Obereinheit der Einheit 1 m^3: 1 km^3 • Literskala: 1 l = 1 dm^3 ; 1ml = 1 cm^3 ; 1hl = 100 l ; 1 dl = 0,1 l ; 1 cl = 0,01 l • Additivität des Rauminhaltes • <u>Satz:</u> Der Quader mit den Kantenlängen a , b und c hat das Volumen V mit $V = a \cdot b \cdot c$ • Rauminhalt eines Quaders als Produkt von Grundflächeninhalt und Höhe: $V = G \cdot h$ • <u>Satz:</u> Der Würfel mit der Kantenlänge a hat das Volumen V mit $V = a^3$. • Oberflächeninhalt des Quaders als Summe der Flächeninhalte seiner Seitenflächen $O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$ $= 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ • Oberflächeninhalt des Würfels mit der Kantenlänge a $O = 6 \cdot a^2$ • Nichtadditivität des Oberflächeninhaltes beim Zusammensetzen von Körpern	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen Rauminhalte von Körpern durch Ausfüllen mit Würfeln und Auszählen **(K5)** • begründen den Satz über den Rauminhalt eines Quaders **(K1)** • bestimmen den Rauminhalt quaderförmiger Körper aus dem Alltag mittels Messen der Kantenlängen **(K5)** • verwenden angemessene Einheiten bei der Angabe von Rauminhalten **(K4)** • rechnen das Volumen eines Körpers in unterschiedliche Volumeneinheiten um **(K5)** • nennen Beispiele aus ihrer Umwelt für Körper, die näherungsweise das Volumen der Einheitskörper haben **(K3)** • schätzen den Rauminhalt von Körpern in ihrer Umwelt **(K2)** • berechnen aus dem Rauminhalt und dem Grundflächeninhalt die Höhe sowie aus dem Rauminhalt und der Höhe den Grundflächeninhalt **(K2)** • berechnen aus dem Oberflächeninhalt und zwei Kantenlängen die fehlende Kantenlänge **(K2)** • bestimmen aus dem Oberflächeninhalt und einer Kantenlänge mögliche Längen der beiden fehlenden Kanten **(K2)** • beschreiben die Änderungen des Rauminhaltes bei Änderungen von Kantenlängen **(K2)** • berechnen den Rauminhalt und den Oberflächeninhalt von Quadern und von Körpern, die sich in Quader zerlegen oder zu Quadern ergänzen lassen **(K2)** • bearbeiten Sachaufgaben zum Thema Rauminhalt und Oberflächeninhalt **(K3)** • erfinden Sachaufgaben zum Thema Rauminhalt und Oberflächeninhalt **(K3)**
Jede Formel ist Ausdruck der <u>Leitidee</u> „Funktionaler Zusammenhang“.	

Hinweise

zu Lernbereich 2 (Geometrische Körper)

Methodische und fachdidaktische Erläuterungen

- Bei der Beschreibung der Körper beschränke man sich auf gerade Prismen, gerade Zylinder, regelmäßige Pyramiden und gerade Kegel.
- Bei Schrägbildern bewähren sich die Kabinettprojektionen mit Winkel vom Maß 45°.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Zeichnen von Körpernetzen
- Basteln von Kantenmodellen
- Auffinden der 11 Würfelnetze (z. B. unter Verwendung eines Geometriebaukastens)
- Messung und Hochrechnung zum eigenen Wasserverbrauch

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5: ggT und kgV
- Klassenstufe 5: Flächeninhalt des Rechtecks
- Lernbereich 4.3: Terme und Gleichungen
- Klassenstufe 10: Stereometrie

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Projektionen der Erdoberfläche bei Landkarten
- perspektivische Darstellungen in Gemälden, insbesondere als Kontrastierung zu den Schrägbildern
- Bedeutung von Volumen und Oberfläche für den Energiehaushalt von Lebewesen und bei Gebäuden; Verdunstung
- Leonhard Euler (1707-1783)

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Programme zu 3 D-Darstellungen

Fakultative Inhalte

- Projekt: Erstellen des Pappemodells einer fiktiven Stadt
- Volumenvergleiche durch Umfüllen: Prisma – Pyramide, Zylinder – Kegel – Halbkugel bei gleicher Höhe und Grundfläche, z. B.

  $V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot V_{Zylinder}$, $V_{Halbkugel} = \frac{2}{3} \cdot V_{Zylinder}$
- Symmetrieeigenschaften des Quaders
- Würfel als Quader mit extremalen Eigenschaften

3. Symmetrie	**Mathematik 6**

Der Unterricht orientiert sich am Leitbegriff „Symmetrie“ und folgt damit sowohl abbildungs- als auch kongruenzgeometrischen Ansätzen. Es gilt, den Blick der Schülerinnen und Schüler für geometrische Strukturen ihrer Umwelt zu schärfen und die Zusammenhänge logisch zu begründen, ohne in eine strenge Axiomatik zu verfallen. Bezogen auf die Bildungsstandards tritt an dieser Stelle die Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ neben die Leitidee „Raum und Form“.

Die Anwendung dynamischer Geometriesoftware fördert dabei das lokale Ordnen. Der Einsatz des Computers ergänzt und erweitert das händische Arbeiten (z. B. mit Papier und Schere bzw. mit Geodreieck und Zirkel). Die Schwierigkeiten in der manuellen Ausführung und in der sprachlichen Begleitung dürfen nicht unterschätzt werden.

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
Achsensymmetrie • Definition: Eine Figur heißt achsensymmetrisch, wenn sie durch Umklappen um eine Gerade mit sich zur Deckung gebracht werden kann. • Symmetrieachse • Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{PP'}$ als Symmetrieachse der Figur aus den Punkten P und P', Symbol $m_{\overline{PP'}}$ • gleichschenklige Dreiecke als achsensymmetrische Dreiecke • Basis, Schenkel, Basiswinkel, Winkel an der Spitze • Basiswinkelsatz: Im gleichschenkligen Dreieck sind die Basiswinkel gleich groß. • gleichseitige Dreiecke • Satz: Die Mittelsenkrechte $m_{\overline{PP'}}$ ist die Menge aller Punkte, die von P und P' gleich weit entfernt sind. • Grundkonstruktion: Mittelsenkrechte • Konstruktion von Lotgeraden, Mittel- und Spiegelpunkten und Winkelhalbierenden	Die Schülerinnen und Schüler • stellen achsensymmetrische Figuren durch Falten, Färben oder Ausschneiden her **(K5)** • identifizieren achsensymmetrische Figuren aus dem Alltag **(K3)** • untersuchen die Achsensymmetrie von Figuren mit Hilfe eines Spiegels **(K2)** • zeichnen mit Hilfe des Geodreiecks Symmetrieachsen von Figuren **(K2)** • folgern den Basiswinkelsatz aus der Definition der Achsensymmetrie **(K1)** • erläutern die logische Struktur des Satzes über die Mittelsenkrechte durch Aufgliedern in zwei Wenn-dann-Aussagen **(K6)** • errichten mit Zirkel und Lineal die Senkrechte auf einer Geraden in einem Punkt der Geraden **(K5)** • fällen mit Zirkel und Lineal das Lot auf eine Gerade von einem Punkt außerhalb der Geraden **(K5)** • spiegeln Punkte an Geraden **(K5)** • halbieren Strecken und Winkel **(K5)** • führen Grundkonstruktionen auch mit einem Geometriesystem durch **(K5)**
Drehsymmetrie • Definition: Eine Figur heißt drehsymmetrisch, wenn sie durch eine Drehung mit einem Zentrum Z um einen Winkel mit dem Maß α ($\alpha \neq 0^0$, $\alpha \neq 360^0$) mit sich zur Deckung gebracht werden kann. • Drehzentrum, Drehwinkel • Definition: Eine drehsymmetrische Figur heißt punktsymmetrisch, wenn ein Drehwinkel das Maß 180° hat.	Die Schülerinnen und Schüler • identifizieren drehsymmetrische Figuren aus dem Alltag **(K3)** • bestimmen das Drehzentrum Z und die Maße der Drehwinkel **(K3)** • untersuchen die Drehsymmetrie von Rechtecken und Quadraten **(K2)** • prüfen Figuren mit Zirkel und Winkelmesser auf Drehsymmetrie **(K2)** • erzeugen punktsymmetrische Figuren mit Zirkel und Lineal **(K5)** • erzeugen drehsymmetrische Figuren auch mit Hilfe eines Geometriesystems **(K5)**

Hinweise

zu Lernbereich 3 (Symmetrie)

Methodische und fachdidaktische Erläuterungen

- Die Definition von „achsensymmetrisch“ bezieht sich auf konkrete reale Figuren; der abbildungsgeometrische Ansatz wird nicht thematisiert.
- Beispielhaft können behandelt werden:
  - Symmetrie von Großbuchstaben des Alphabets (Schrifttyp beachten)
  - symmetrische Figuren auf dem Geobrett
  - näherungsweise Symmetrie von Gesichtern.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Konstruktion achsensymmetrischer und drehsymmetrischer Figuren
- Experimente mit Spiegel, Zylinderlinse, Spirograph

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 7: Kongruenz
- Klassenstufe 8: Symmetrien im Haus der Vierecke
- Klassenstufe 9: Symmetrie von Funktionen

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Reflexionsgesetz, Fermat-Prinzip der Lichtausbreitung, Pierre de Fermat (1601-1665)
- Rosetten und andere Symmetriemuster in der Architektur
- Analysieren von Symmetrie-Mustern von Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Geometriesysteme

Fakultative Inhalte

- Sternvielecke (Bezüge zur Teilbarkeit)
- Verschiebungssymmetrie

4. Rationale Zahlen	Mathematik 6

Negative Zahlen begegnen Schülerinnen und Schülern im Alltag sowie in etlichen Sachgebieten der Schule. Die mit der eingeschränkten Durchführbarkeit von Subtraktionen verbundene Unmöglichkeit der mathematischen Beschreibung gewisser realer Gegebenheiten stellt einen erkennbaren Mangel der Bruchzahlen dar. Das bisher nur als Rechenzeichen bekannte Minuszeichen wird nun auch als Vorzeichen sowie als Zeichen für die Gegenzahl verwendet. Die begriffliche Arbeit erfordert hier besondere Sorgfalt.

Die Zahlbereichserweiterung von der Menge $\mathbb{B}$ der Bruchzahlen zur Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen wird wieder vom Permanenzprinzip geleitet; dabei ist eine der Klassenstufe gemäße Balance zwischen Anschaulichkeit und Strenge zu finden. Bei der Festlegung der Rechenregeln sollten anschauliche Modelle vorrangig eingesetzt werden. Am Beispiel des Produktes zweier negativer Zahlen werden jedoch die Unverzichtbarkeit und die Mächtigkeit formalen Vorgehens nach dem Permanenzprinzip deutlich.

Der Umgang mit den neuen Zahlen in Termen, Gleichungen und Ungleichungen lässt sich kontextbezogen festigen. Die Interpretation von Aufgabentexten und das Entwickeln der passenden mathematischen Modelle sind ebenso Gegenstand der Betrachtungen wie der Kalkül. Die Komplexität von Rechenaufgaben sollte auf ein angemessenes Maß beschränkt bleiben.

Die Leitidee „Zahl“ prägt die Inhalte dieses Lernbereichs.

4.1. Zahlbereichserweiterung von $\mathbb{B}$ nach $\mathbb{Q}$

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
Größen mit negativen Maßzahlen • negative Maßzahlen bei Temperatur, Höhenlage, Wasserpegel, Kontostand	Die Schülerinnen und Schüler • interpretieren Sachtexte, Tabellen und Diagramme, in denen negative Maßzahlen auftreten **(K3)** • veranschaulichen negative Maßzahlen an geeigneten Skalen **(K4)** • erstellen Kontotabellen zu vorgegebenen Einzahlungen und Auszahlungen **(K4)** • lösen und stellen Textaufgaben zu Größen mit negativen Maßzahlen im Kontext **(K3)**
Positive und negative Zahlen • Erweiterung des Zahlenstrahls zur Zahlengeraden • Punkte auf der Zahlengeraden • Minuszeichen und Pluszeichen als Vorzeichen (Zahlzeichen) • positive und negative Zahlen	Die Schülerinnen und Schüler • ordnen Zahlpunkte der Zahlengeraden positiven und negativen Zahlen zu **(K4)** • unterscheiden zwischen Vorzeichen und Rechenzeichen **(K4)** • unterscheiden zwischen Zahlklammern und Rechenklammern **(K4)**
Rationale Zahlen • Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen • Menge $\mathbb{Z}$ der ganzen Zahlen $\mathbb{Z} = \{ ... ; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ... \}$ • Einbettung der Menge $\mathbb{Z}$ • Einbettung der Menge $\mathbb{B}$, Symbol $\mathbb{Q}_0^+$ • Einbettung der Menge $\mathbb{N}$, Symbol $\mathbb{Z}_0^+$	Die Schülerinnen und Schüler • weisen Zahlen den Mengen $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$ bzw. $\mathbb{N}$ zu und umgekehrt **(K1)** • erstellen ein Venn-Diagramm zu den Zahlenmengen $\mathbb{Q}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}$ **(K4)** • identifizieren Brüche mit negativen Zählern und positiven Nennern als negative Zahl, z. B. $\frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$ **(K5)**

4. Rationale Zahlen	**Mathematik 6**
Verbindliches Fachwissen	**Verbindliche Kompetenzschwerpunkte**
Anordnung der rationalen Zahlen • Vergleichsrelationen bei rationalen Zahlen • Vorgänger und Nachfolger ganzer Zahlen	Die Schülerinnen und Schüler • lesen Zahlen zu Zahlpunkten auf der Zahlengeraden ab **(K4)** • zeichnen die Zahlpunkte zu negativen Zahlen auf der Zahlengeraden ein **(K4)** • bestimmen Vorgänger und Nachfolger ganzer Zahlen **(K1)** • ermitteln anhand der Zahlengeraden den Mittelwert zweier Zahlen **(K2)** • ordnen (bis zu fünf) Zahlen, auch in unterschiedlichen Darstellungen **(K1)** • erläutern Widersprüche bei umgangssprachlichen Größenvergleichen (z. B. höhere Schulden, größere Tiefe) **(K6)**
Zahl und Gegenzahl • Begriff der Gegenzahl • Symbol $-a$, Gegenzahlzeichen • Gegenzahl der Gegenzahl: $-(-a)=a$	Die Schülerinnen und Schüler • spiegeln Zahlpunkte am Nullpunkt **(K4)** • beschreiben die Lage der Zahlpunkte von Zahl und Gegenzahl auf der Zahlengeraden **(K6)** • erklären, warum $-a$ entweder eine positive oder eine negative Zahl oder die Zahl 0 darstellen kann **(K1)** • erläutern die Bedeutung von Identitäten wie $-(+5)=-5$ und $-(-5)=5$ **(K6)**
Betrag • <u>Definition:</u> Der Betrag einer Zahl a ist die Maßzahl des Abstandes des Zahlpunktes zum Nullpunkt. Symbol $\lvert a \rvert$ • $\lvert a \rvert = \begin{cases} a \text{, falls } a \text{ positiv} \\ 0 \text{, falls } a=0 \\ -a \text{, falls } a \text{ negativ} \end{cases}$	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen den Betrag von Zahlen **(K5)** • erläutern, dass Zahl und Gegenzahl den gleichen Betrag haben **(K1)**
Erweiterung des Koordinatensystems auf vier Quadranten • negative Koordinaten • Nummerierung der Quadranten • erste und zweite Winkelhalbierende	Die Schülerinnen und Schüler • lesen die Koordinaten von Punkten in den vier Quadranten ab **(K4)** • tragen Punkte mit vorgegebenen Koordinaten ins Koordinatensystem ein **(K4)** • spiegeln und verschieben Punkte im Koordinatensystem **(K5)** • veranschaulichen zeitliche Größenänderungen in Diagrammen (z. B. Temperaturverlauf an einem Wintertag) **(K3)**

Hinweise

zu Lernbereich 4.1 (Zahlbereichserweiterung von $\mathbb{B}$ nach $\mathbb{Q}$)

Methodische und fachdidaktische Erläuterungen

- Es empfiehlt sich zunächst die durchgängige Verwendung von Zahlklammern, insbesondere auch für positive Zahlen.
- Die Gegenzahl wird vorerst lediglich als Spiegelzahl ohne Bezugnahme auf Rechenoperationen thematisiert.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Recherchieren von Daten mit negativen Maßzahlen z. B. im Atlas

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5: Anordnen von natürlichen Zahlen
- Lernbereich 1.1: Anordnen von Bruchzahlen
- Lernbereich 1.4: Dichtheit von $\mathbb{B}$
- Lernbereich 3: Symmetrie
- Lernbereich 4.3: Gleichungen
- Klassenstufe 8: Betragsfunktion

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Gradnetz der Erde
- Höhenprofile, z. B. Jordangraben mit Totem Meer, Marianengraben
- Stollentiefe im Bergbau
- John Venn (1834-1923)

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Koordinatensysteme bei dynamischen Geometriesystemen

Fakultative Inhalte

- Umrechentabelle zwischen Temperaturangaben in °Celsius und °Fahrenheit

4.2. Rechnen mit rationalen Zahlen

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
Addieren rationaler Zahlen • <u>Additionsregel:</u> – Zwei Zahlen mit gleichen Vorzeichen werden addiert, indem man ihre Beträge addiert und das gemeinsame Vorzeichen setzt. – Zwei Zahlen mit verschiedenen Vorzeichen werden addiert, indem man vom größeren Betrag den kleineren subtrahiert und das Vorzeichen der betragsgrößeren Zahl setzt. • Eigenschaften (K^+), (A^+), (N^+) • <u>Gegenzahl als inverses Element (I^+):</u> Zu jeder Zahl a gibt es eine Gegenzahl $-a$ mit $a+(-a)=0$. • Gegenzahl einer Summe: $-(a+b)=(-a)+(-b)$	Die Schülerinnen und Schüler • veranschaulichen die Additionsregel mit Hilfe von Pfeilen an der Zahlengeraden **(K4)** • geben die Additionsregeln im Wortlaut wieder **(K6)** • bestätigen, dass die Additionsregel im Falle positiver Summanden den vertrauten Summenwert liefert **(K1)** • bestätigen die Kommutativität und Assoziativität der Addition an Zahlenbeispielen **(K5)** • vergleichen in konkreten Fällen die Gegenzahl einer Summe mit der Summe der Gegenzahlen **(K5)** • übersetzen verbal beschriebene Terme zu Summe und Gegenzahl in die Symbolsprache und umgekehrt **(K6)**
Subtrahieren rationaler Zahlen • Subtraktion als Addition der Gegenzahl • <u>Subtraktionsregel:</u> Eine Zahl wird subtrahiert, indem man ihre Gegenzahl addiert. $a-b = a+(-b)$ • keine Einschränkung beim Subtrahieren • $a-b$ als Lösung der Gleichung $b+x=a$ • anschauliche Bedeutung des Betrags der Differenz zweier Zahlen als Maßzahl des Abstandes ihrer Zahlpunkte	Die Schülerinnen und Schüler • entwickeln die Subtraktionsregel mit Hilfe von Pfeilen an der Zahlengeraden **(K1)** • geben das Vorzeichen des Wertes einer Differenz ohne Umschweife an **(K1)** • berechnen Differenzen rationaler Zahlen **(K5)** • ergänzen Subtraktions- und Additionstabellen, auch in der Eingangszeile oder in der Eingangsspalte **(K5)** • identifizieren in (Zahlen)Termen die unterschiedlichen Minuszeichen **(K6)** • unterscheiden in Termen die unterschiedliche Bedeutung von Minuszeichen **(K5)** • verschmelzen Vorzeichen, Gegenzahlzeichen und Rechenzeichen soweit wie möglich **(K5)** • geben die Lösung von Gleichungen der Form $b+x=a$ an **(K5)**

4. Rationale Zahlen	**Mathematik 6**
Verbindliches Fachwissen	**Verbindliche Kompetenzschwerpunkte**
Multiplizieren rationaler Zahlen • <u>Multiplikationsregel:</u> Zwei Zahlen mit gleichen (verschiedenen) Vorzeichen werden multipliziert, indem man ihre Beträge multipliziert und das positive (negative) Vorzeichen setzt. • Eigenschaften $(K^{\cdot})$, $(A^{\cdot})$, $(N^{\cdot})$ • Vorzeichen bei Mehrfachprodukten und Potenzen mit natürlichen Exponenten (Exponent > 1) • Regeln für Multiplikation und Gegenzahlbildung: $(-1)\cdot a = -a$, $(-a)\cdot(-b) = a\cdot b$, $(-a)\cdot b = a\cdot(-b) = -(a\cdot b) = -a\cdot b$ • Nullproduktsatz für rationale Zahlen • Begriff der Kehrzahl, Symbol $\frac{1}{a}$ • <u>Kehrzahl als inverses Element $(I^{\cdot})$:</u> Zu jeder Zahl $a \neq 0$ gibt es eine Kehrzahl $\frac{1}{a}$ mit $a\cdot\frac{1}{a} = 1$. • Kehrbruch als Repräsentant der Kehrzahl • Kehrzahl der Kehrzahl • Kehrzahl der Gegenzahl	Die Schülerinnen und Schüler • geben die Multiplikationsregel im Wortlaut wieder **(K6)** • bestätigen, dass die Multiplikationsregel im Falle positiver Faktoren den vertrauten Produktwert liefert **(K1)** • erläutern, dass die Multiplikationsregel für Produkte mit mindestens einem negativen Faktor vereinbar mit dem Distributivgesetz ist (Permanenz) **(K1)** • erläutern, wie man bei Produkten mit mehreren Faktoren das Vorzeichen des Produktes bestimmt **(K1)** • berechnen Potenzen mit natürlichem Exponenten und rationaler Basis **(K5)** • führen Rechnungen aus, in denen Gegenzahlbildung und Multiplikation auftreten **(K5)** • erweitern mit negativen Zahlen und kürzen durch negative Zahlen **(K5)** • erläutern, dass die Regeln für Multiplikation und Gegenzahlbildung vereinbar mit dem Distributivgesetz sind (Permanenz) **(K1)** • bilden die Kehrzahlen rationaler Zahlen **(K5)** • unterscheiden die Begriffe Kehrzahl und Gegenzahl **(K6)** • bestätigen an Beispielen, dass Kehrzahlbildung und Gegenzahlbildung vertauschbar sind, z. B. $\frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$ **(K1)**
Dividieren rationaler Zahlen • Division als Multiplikation mit der Kehrzahl • <u>Divisionsregel:</u> Durch eine rationale Zahl $(\neq 0)$ wird dividiert, indem man mit ihrer Kehrzahl multipliziert.	Die Schülerinnen und Schüler • machen die Probe bei Divisionen über die Umkehraufgabe **(K1)** • begründen die Vorzeichenregeln beim Dividieren mit Hilfe der Multiplikationsregeln und den Regeln für das Bilden der Kehrzahl **(K1)**

4. Rationale Zahlen	**Mathematik 6**
Verbindliches Fachwissen	**Verbindliche Kompetenzschwerpunkte**
Verbinden der Rechenarten • Erhalt der Recheneigenschaften aus $\mathbb{B}$ • <u>Plusklammerregel:</u> Steht ein Pluszeichen vor einer Klammer, so kann man die Klammer weglassen. $a+(b+c)=a+b+c$ $a+(b-c)=a+b-c$ • <u>Minusklammerregel:</u> Steht ein Minuszeichen vor einer Klammer, so kann man die Klammer nur weglassen, wenn man in der Klammer das Rechenzeichen „+“ durch „-“ ersetzt und umgekehrt. $a-(b+c)=a-b-c$ $a-(b-c)=a-b+c$ • Vorrangregel • Distributivität $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ $a\cdot(b-c)=a\cdot b-a\cdot c$ • Ausmultiplizieren und Ausklammern	Die Schülerinnen und Schüler • führen die Minusklammerregel auf die Eigenschaften der Gegenzahl zurück **(K1)** • verschaffen sich Rechenvorteile durch Anwenden der Klammerregeln **(K5)** • klammern negative Faktoren aus **(K5)** • berechnen Terme mit bis zu zwei geschachtelten Klammern **(K5)** • berechnen Terme mit bis zu sechs rationalen Zahlen **(K5)** • erläutern beim Berechnen von Termen ihr Vorgehen **(K6)** • lösen und stellen Textaufgaben **(K2)**

Hinweise

zu Lernbereich 4.2 (Rechnen mit rationalen Zahlen)

Methodische und fachdidaktische Erläuterungen

- In diesem Lernbereich wird das Rechnen in $\mathbb{B}$ immanent wiederholt.
- Besonderes Augenmerk sollte auf die Erläuterung der Art vorkommender Minuszeichen gelegt werden; insbesondere liegt beim Term $-a$ stets ein Gegenzahlzeichen vor.
- Additions- und Subtraktionsregel im Pfeilmodell:
  Zwei Pfeile werden addiert, indem man den Anfang des zweiten Pfeils an die Spitze des ersten legt. Die Summe ist der Pfeil, der vom Anfang des ersten bis zur Spitze des zweiten Pfeils reicht.
  Ein zweiter Pfeil wird von einem ersten subtrahiert, indem man die Spitze des zweiten Pfeils an die Spitze des ersten legt. Die Differenz ist der Pfeil, der vom Anfang des ersten bis zum Anfang des zweiten Pfeils reicht.
- Auf die am Taschenrechner verfügbaren Tasten für das Minuszeichen sollte hingewiesen werden.
- Die in diesem Lernbereich eingeforderten Argumentationen sollten stets durch mehrere prototypische Beispiele rechnerisch begleitet werden.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Erstellen von Pfeilbildern zur Addition und Subtraktion rationaler Zahlen

Querverbindungen im Lehrplan

- Lernbereich 1.2: Rechnen mit Bruchzahlen
- Klassenstufe 8: Reelle Zahlen

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Vielfalt des Begriffs „rational“ in Alltag und Wissenschaft

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Ergebniskontrollen mit dem Taschenrechner

Fakultative Inhalte

- Summen rationaler Zahlen mit unendlich vielen Summanden, aber endlichem Wert

4.3. Terme, Gleichungen, Ungleichungen

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
Terme • Aufstellen und Analysieren • Vereinfachen und Auswerten • gleichwertige Terme, Symbol $=$ • Modellieren mit Termen	Die Schülerinnen und Schüler • erstellen Terme auf der Grundlage verbaler Beschreibungen **(K5)** • beschreiben die Struktur eines Terms (mit angemessener Komplexität) in Worten **(K6)** • vereinfachen Terme (mit höchstens drei Variablen) schrittweise unter Angabe der verwendeten Regeln **(K1)** • berechnen den Wert eines Terms durch Einsetzen **(K5)** • beschreiben eine im Kontext gegebene Problemstellung mit Hilfe von Termen **(K3)**
Aussagen und Aussageformen • Aussagen und Wahrheitswerte • mathematische Aussageformen mit einer Lösungsvariablen • Grundmenge, Symbol G • Lösung und Lösungsmenge, Symbol L • allgemeingültige Aussageformen, unerfüllbare Aussageformen	Die Schülerinnen und Schüler • identifizieren sprachliche und formale Gebilde als Aussagen und bestimmen deren Wahrheitswert **(K6)** • identifizieren sprachliche und formale Gebilde in einer Variablen im mathematischen Kontext als Aussageform, z. B. $2\cdot(a+3)=0$, $a \mid 12$, $a^2<4$ **(K6)** • finden Lösungen zu Aussageformen durch Probieren **(K2)** • belegen an Beispielen, dass die Lösungsmenge von der Grundmenge abhängt **(K1)** • untersuchen, ob vorgegebene Aussageformen allgemeingültig oder unerfüllbar sind **(K1)**
Gleichungen der Form $a\cdot x+b=c\cdot x+d$ • Äquivalenzumformungen, Symbol $\Leftrightarrow$ • Lösen durch Äquivalenzumformungen • allgemeingültige und unerfüllbare Gleichungen • Aufstellen von Gleichungen zum Bearbeiten inner- und außermathematischer Probleme • Zahlenrätsel und Sachaufgaben	Die Schülerinnen und Schüler • finden Lösungen durch Probieren **(K2)** • bestimmen Lösungsmengen durch Äquivalenzumformungen **(K5)** • führen die Probe in Text und Gleichung durch **(K2)** • begründen, warum die Multiplikation beider Seiten einer Gleichung mit 0 keine Äquivalenzumformung ist **(K1)** • formulieren Zahlenrätsel zu vorgegebenen Gleichungen mit höchstens einer Klammerebene **(K1)** • erstellen und lösen Gleichungen in Kontexten **(K3)**

4. Rationale Zahlen	**Mathematik 6**
Verbindliches Fachwissen	**Verbindliche Kompetenzschwerpunkte**
Ungleichungen der Form $a \cdot x + b > c$ **und** $a \cdot x + b < c$ • Äquivalenzumformungen • Lösen durch Äquivalenzumformungen	Die Schülerinnen und Schüler • erläutern Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei den Äquivalenzumformungen von Gleichungen und Ungleichungen **(K6)** • ändern das Relationszeichen bei einer Multiplikation mit einer negativen Zahl oder einer Division durch eine negative Zahl **(K5)** • begründen Änderungen des Relationszeichens an der Zahlengerade **(K1)** • stellen Lösungsmengen auf der Zahlengeraden dar **(K4)** • testen die Lösungsmenge durch Stichproben **(K1)**

Hinweise

zu Lernbereich 4.3 (Terme, Gleichungen, Ungleichungen)

Methodische und fachdidaktische Erläuterungen

- Mengensymbole schreibt man nur dann mit Doppelstrich, wenn es sich um fest definierte Mengen wie z. B. die Zahlenmengen handelt.
- Bei der Behandlung von Gleichungen und Ungleichungen empfiehlt sich der Einsatz einer Balken- oder Tafelwaage.
- Bei Termumformungen sollte von „Gleichwertigkeit“, beim Umformen von Gleichungen und Ungleichungen von „Äquivalenz“ gesprochen werden.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Erfassen von Datenreihen und Berechnung des Mittelwertes

Querverbindungen im Lehrplan

- Lernbereich 4.1: Anordnung der rationalen Zahlen
- Klassenstufe 5: Rechnen mit natürlichen Zahlen
- Klassenstufe 7: Graphen linearer Funktionen
- Klassenstufe 8: Termumformungen

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Bewegungsaufgaben
- Stromtarife

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Taschenrechner zur Überprüfung von Lösungen
- Entdecken von Wertgleichheit mit Hilfe einer Tabellenkalkulation

Fakultative Inhalte

- einfache Betragsgleichungen und Betragsungleichungen
- Lösungsalgorithmus als Flussdiagramm
- Lösen von Gleichungen mit Parametern, z. B. $a \cdot x = b$