



Lehrplan

Mathematik

Gymnasium

Klassenstufe 7

- Erprobungsphase -

2014

Didaktisches Vorwort zum Lehrplan der Klassenstufe 7

Der Unterricht der Klassenstufe 7 führt sowohl das mathematische Erkunden der Alltagswelt als auch das innermathematische Strukturieren aus den vorangehenden Klassenstufen weiter.

In dieser Klassenstufe kann das Thema Zuordnungen auf angemessenem Abstraktionsniveau behandelt werden. Bürgerliches Rechnen und Wahrscheinlichkeitsrechnung erweitern die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler, anwendungsbezogene und alltagsrelevante Problemstellungen mathematisch zu bearbeiten. Die vielfältigen Verknüpfungen von statistischem und probabilistischem Denken entwickeln dabei einen besonderen intellektuellen Reiz.

Nach der Behandlung von Achsen- und Drehsymmetrie im Unterricht der Klassenstufe 5 stehen nun kongruenzgeometrische Untersuchungen im Vordergrund. Dabei wird Exaktheit beim Beschreiben, Erkennen und Begründen von Sachverhalten sowie beim Konstruieren von Figuren angestrebt. Dynamische Geometriesoftware (DGS) bietet erweiterte Perspektiven für den inneren Zusammenhang zwischen geometrischen Figuren und Konstruktionen. Die Möglichkeit zu dynamisieren regt zum experimentellen Erkunden an. Dieses induktive Vorgehen erfordert eine logische Bestätigung. Das Dreieck als einfache ebene Figur sollte dabei immer wieder als Teilfigur komplexer Gebilde und insbesondere auch kontrastierend zu den Vierecken betrachtet werden.

Der Funktionsbegriff und die ihm zu Grunde liegende Idee der funktionalen Abhängigkeit ermöglichen eine klare Beschreibung eindeutiger Zusammenhänge zwischen Größen bzw. Zahlenmengen. Nach den bislang eher graphisch oder tabellarisch gehaltenen Beschreibungsmustern rücken nunmehr Funktionsterme und strukturelle Gesichtspunkte in den Mittelpunkt der Untersuchungen. Mit den neuen Begriffen und der Verwendung des Computers bzw. des graphikfähigen Taschenrechners (GTR) beim Visualisieren der Graphen werden Grundlagen für das Beschreiben und das Erschließen weiterer Funktionsklassen geschaffen.

Lernbereiche der Klassenstufe 7

Lernbereiche Klassenstufe 7		Mathematik
1. Bürgerliches Rechnen	etwa 30 Prozent der Unterrichtszeit	
1.1. Zuordnungen im Alltag		
Zuordnung zwischen Größen Proportionalität Umgekehrte Proportionalität Hinweise		
1.2. Prozentrechnung		
Prozentsätze und Bruchteile von Größen Prozentwert, Grundwert Prozentrechnen im Alltag Sukzessives Prozentrechnen Hinweise		
2. Einführung in die Stochastik	etwa 15 Prozent der Unterrichtszeit	
Umgang mit Daten Zufallsexperimente und ihre Auswertung Wahrscheinlichkeit Laplace-Experiment Hinweise		
3. Geometrie	etwa 30 Prozent der Unterrichtszeit	
Winkel an Geraden Kongruenz Kongruenz von Dreiecken Besondere Linien und Punkte im Dreieck Hinweise		
4. Funktionen	etwa 25 Prozent der Unterrichtszeit	
4.1. Funktionsbegriff		
Zuordnung Funktion als spezielle Zuordnung Hinweise		
4.2. Lineare Funktionen		
Beispiele aus dem Alltag Eigenschaften linearer Funktionen Hinweise		

Der bislang eher propädeutisch erfahrene Zuordnungsbegriff zwischen Größen bzw. Zahlen wird jetzt explizit thematisiert.

Proportionalität und umgekehrte Proportionalität sind Grundvorstellungen, die viele Schülerinnen und Schüler im Alltag entwickelt haben. Der Unterricht soll hier präzisieren und für mathematische Klarheit, Ordnung sowie Kontrastierung sorgen.

Die Prozentrechnung ist im mathematischen Sinne lediglich eine eigens symbolisierte Behandlung spezieller Bruchrechnen- oder Dreisatzaufgaben. In der Eingebundenheit im Alltag mit vielfältigen Begriffen, wie sie z. B. im Handel, im Steuerwesen und auf dem Kapitalmarkt auftreten, liegen zugleich Reiz und Schwierigkeit des Prozentbegriffs. Modellieren und Interpretieren erweisen sich als wesentliche Tätigkeiten, nicht zuletzt auch vor dem Hintergrund, dass die prozentualen Sprechweisen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung wiederkehren. Der Einsatz des (graphikfähigen) Taschenrechners erleichtert die Verwendung und Auswertung realistischer Daten.

Beim Lösen der drei Grundaufgaben ist das Erkennen des Grundwertes in Kontexten von besonderer Bedeutung, gerade auch bei sukzessiven Prozentwertberechnungen und inversen Schlüssen.

Angesprochen ist in diesem Lernbereich die Leitidee „Messen“, vielfach in Verbindung mit der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“.

1.1. Zuordnungen im Alltag

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Zuordnung zwischen Größen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung von Zuordnungen mit Hilfe von <ul style="list-style-type: none"> – Tabellen – Texten – Graphen – Termen • Begriffe: Ausgangswert, Ausgangsmenge/Definitions Menge, Zielwert, Zielmenge, Zuordnungsvorschrift, unabhängige und abhängige Größe • Symbole \rightarrow und \mapsto 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • geben Beispiele für Zuordnungen aus dem täglichen Leben an, z. B. bei Telefongebühren, Briefporto, Taxikosten, Wasserpegel, Füllgraphen, Temperaturkurven, Linienfahrpläne, Warenauszeichnung (K3) • veranschaulichen Zuordnungen (K4)
<p>Proportionalität</p> <ul style="list-style-type: none"> • „Je - desto“ - Formulierungen • <u>Definition</u>: Eine Zuordnung heißt proportional, wenn dem k-fachen Ausgangswert stets der k-fache Zielwert zugeordnet wird (Vielfacheneigenschaft). • Eigenschaften <ul style="list-style-type: none"> – Quotientengleichheit – Additivität – Graph als Menge von Punkten auf einer Ursprungsgeraden – konstanter Quotient als Proportionalitätsfaktor m 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • ordnen die Proportionalität als Sonderfall von „je mehr – desto mehr“ ein (K2) • nennen Beispiele und Gegenbeispiele für proportionale Zuordnungen aus dem täglichen Leben (K3) • prüfen überschlägig, ob bei gegebenen Wertepaaren Proportionalität vorliegen kann (K5) • erstellen bzw. ergänzen Wertetabellen proportionaler Zuordnungen (K5) • zeichnen Graphen proportionaler Zuordnungen (K4) • prüfen Wertetabellen auf Vielfacheneigenschaft, Quotientengleichheit und Additivität (K2)

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Proportionalität (Fortsetzung)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zweisatz-Schema • Dreisatz-Schema • Überschlagsrechnung 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern, warum proportionale Zuordnungen durch Gleichungen der Form $y = m \cdot x$ charakterisierbar sind (K1) • begründen formal, warum eine Gleichung der Form $y = m \cdot x$ sowohl Additivität als auch Quotientengleichheit widerspiegelt (K1) • verwenden in geeigneten Fällen das Zweisatzschema zum Berechnen gesuchter Größen (K5) • verwenden das Dreisatzschema (auch unter Verwendung des ggT) zum Berechnen gesuchter Größen (K5) • verwenden die Quotientengleichheit zum Berechnen gesuchter Größen (K5) • erforschen an Gegenständen den Zusammenhang zwischen Durchmesser und Umfang von Kreisen (K2)
<p>Die Untersuchungen am Kreis bringen die <u>Leitidee</u> „Raum und Form“ ins Spiel.</p>	
<p>Umgekehrte Proportionalität</p> <ul style="list-style-type: none"> • „Je - desto“ - Formulierungen • <u>Definition:</u> Eine Zuordnung heißt umgekehrt proportional, wenn dem k-fachen Ausgangswert stets der $\frac{1}{k}$-fache Zielwert zugeordnet wird. • Eigenschaft <ul style="list-style-type: none"> – Produktgleichheit – Graph als Menge von Punkten auf einer Hyperbel • Zweisatz-Schema • Dreisatz-Schema • Überschlagsrechnung 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • ordnen die umgekehrte Proportionalität als Sonderfall von „je mehr – desto weniger“ ein (K2) • geben Beispiele für umgekehrt proportionale Zuordnungen aus dem Alltag an (K3) • prüfen überschlägig, ob bei gegebenen Wertepaaren umgekehrte Proportionalität vorliegen kann (K5) • erstellen bzw. ergänzen Wertetabellen umgekehrt proportionaler Zuordnungen (K5) • zeichnen Graphen umgekehrt proportionaler Zuordnungen (K3) • prüfen Wertetabellen auf Produktgleichheit (K1) • begründen formal, warum eine Gleichung der Form $y = \frac{a}{x}$ die Produktgleichheit widerspiegelt (K1) • verwenden in geeigneten Fällen das Zweisatzschema zum Berechnen fehlender Größen (K5) • verwenden das Dreisatzschema (auch unter Verwendung des ggT) sowie die Produktgleichheit zum Berechnen fehlender Größen (K5) • ermitteln (auch mit DGS) die Zuordnung zwischen den Seitenlängen von Rechtecken bei gegebenem Flächeninhalt (K2)

Hinweise**zu Lernbereich 1.1 (Zuordnungen im Alltag)****Methodische und fachdidaktische Erläuterungen**

- Zuordnungen außerhalb mathematischer Kontexte erleichtern den Zugang zur Begriffsbildung der Zuordnung von Größen. Beispiel: Zuordnung „mündet in“ für Flüsse.
- Zuordnungen können auf empirischen Daten beruhen, die sich einer Beschreibung durch Terme entziehen.
- In der Schulbuchliteratur treten auch die Bezeichnungen „direkt proportional“ und „indirekt proportional“ auf.
- Den Schülerinnen und Schülern sollte bewusst gemacht werden, dass im Allgemeinen Modellierungen mit eingeschränktem Gültigkeitsbereich vorliegen.
- Experimente und Datenerhebungen zu proportionalen und nicht proportionalen Zusammenhängen fördern das Verständnis.
- Nicht proportionale bzw. nicht umgekehrt proportionale Zusammenhänge sollten durchgängig zur Kontrastierung in den Unterricht einbezogen werden.
- Zusammenhänge aus der Geometrie, z. B. von Seitenlänge und Umfang von Quadraten, bieten Gelegenheit zum immanenten Wiederholen. DGS bieten effizient vernetzende Darstellungen.
- Die Additivität von Proportionalitäten („pro portion“) bereitet das Thema Funktionaleigenschaften von Funktionen vor.
- Das Erkunden des Flüssigkeitsstands in unterschiedlich geformten Gefäßen in Abhängigkeit vom Füllvolumen bzw. Zeit bietet einen enaktiven Zugang zum Begriff der Zuordnung.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Durchmesser und Umfang an kreisrunden Gegenständen
- experimentelle Bestimmung der Füllkurven unterschiedlicher Gefäße
- Untersuchung des Zusammenhangs zwischen der Länge von Kreisbögen und den zugehörigen Sehnenlängen an einem kreisrunden Gegenstand (z. B. Gymnastikreifen)

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5: ggT zweier Zahlen
- Klassenstufe 5: Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken
- Klassenstufe 6: Koordinatensystem
- Lernbereich 4.2: Lineare Funktionen
- Klassenstufe 8: π als irrationale Zahl

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- z. B. Klimadiagramme, Höhenprofile, Fieberkurve, Elektrokardiogramm (EKG)

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Tabellenkalkulation zur Erstellung und Untersuchung von Wertetabellen und Schaubildern

Fakultative Inhalte

- zusammengesetzter Dreisatz

1.2. Prozentrechnung

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Prozentsätze und Bruchteile von Größen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Prozent, Prozentzahl p, Prozentsatz $p\%$ 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • erklären die Wortbedeutung des Begriffs Prozent und die Entstehung des Prozentzeichens (K6) • stellen den Zusammenhang zwischen Prozentschreibweise und Bruchdarstellung her (K4) • schreiben einen Prozentsatz als Bruchzahl und als Dezimalbruch und umgekehrt • wandeln einfache Prozentsätze (z. B. 2%, 4%, 5%, 10%, 12,5%, 20%, 25%, $33\frac{1}{3}\%$, 50%, 75%) im Kopf in die Bruchdarstellung um und umgekehrt (K5) • verwenden den Prozentsatz als Teil des Ganzen, z. B. $60\% = \frac{3}{5}$ (von 1) (K4) • verwenden den Prozentsatz zur Angabe des relativen Anteils, z. B. 60% von ... = $\frac{3}{5}$ von ... (K4) • verwenden Prozentsätze über 100% (K4) • interpretieren Prozentangaben im Alltag (z. B. Preisnachlässe) (K3) • unterscheiden „Änderung um p Prozent“ von „Änderung auf p Prozent“ (K6) • werten Balken- und Kreisdiagramme mit Prozentangaben aus (K4) • veranschaulichen Prozentangaben durch Balken- und Kreisdiagramme, auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms (K4)
<p>Prozentwert, Grundwert</p> <ul style="list-style-type: none"> • Prozentwert W • Grundwert G • Quotientengleichheit $\frac{W}{G} = \frac{p}{100}$ 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • lösen einfache Grundaufgaben der Prozentrechnung im Kopf (K5) • berechnen den Prozentwert <ul style="list-style-type: none"> – nach dem Dreisatzschema – mit der Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ (K5) • berechnen den Grundwert <ul style="list-style-type: none"> – nach dem Dreisatzschema – mit der Formel $G = \frac{100}{p} \cdot W$ (K5) • berechnen die Prozentzahl <ul style="list-style-type: none"> – nach dem Dreisatzschema – mit der Formel $p = \frac{W}{G} \cdot 100$ (K5) • interpretieren $\frac{p}{100}$ als Proportionalitätsfaktor (K4)

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Prozentrechnen im Alltag</p> <ul style="list-style-type: none"> • Handel und Gewerbe: Brutto, Netto, Gewinn, Verlust, Rabatt, Skonto • Steuerwesen: Mehrwertsteuer (MwSt) • Banken und Versicherungen: Kapital, Zinsen, Zinssatz • Jahreszins, Zinsformel $K_1 = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot K_0$ • Statistik: Häufigkeitstabelle, Wahlergebnis • Straßenschilder: Steigung, Gefälle • Alkoholanteil im Blut (Promille bzw. ‰) 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden die Fachbegriffe bei Berechnungen mit Kontextbezug (K3) • ordnen bei Sachaufgaben den Fachbegriffen die Begriffe Prozentwert, Grundwert und Prozentsatz zu (K3) • führen Überschlagsrechnungen im Kopf aus (K5)
<p>Sukzessives Prozentrechnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • gleiche und wechselnde Prozentsätze • wachsende und fallende Prozentwerte • erhöhter und verminderter Grundwert 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • lösen zweistufige Aufgaben (K5) • lösen mehrstufige Wachstumsaufgaben durch Multiplizieren der Wachstumsfaktoren (K5)
Hinweise	
zu Lernbereich 1.2 (Prozentrechnung)	
<p>Methodische und fachdidaktische Erläuterungen</p> <ul style="list-style-type: none"> – Die Sachaufgaben sollten exemplarisch behandelt werden und auf eine angemessene Anzahl beschränkt werden. – Der Taschenrechner entlastet beim numerischen Arbeiten. 	
<p>Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit</p> <ul style="list-style-type: none"> – Internetrecherche zur Beschaffung aktueller Daten bei den Sachaufgaben – Recherchen und Rechnungen zur Zusammensetzung von Nahrungsmitteln 	
<p>Querverbindungen im Lehrplan</p> <ul style="list-style-type: none"> – Klassenstufe 6: Bruchzahlen – Lernbereich 2: Wahrscheinlichkeitsrechnung – Klassenstufe 9: Potenzen, Zinseszinsen 	
<p>Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte</p> <ul style="list-style-type: none"> – Messfehlerberechnung in den Naturwissenschaften – Wirkungsgrad von Maschinen und Prozessen 	
<p>Einsatz digitaler Werkzeuge</p> <ul style="list-style-type: none"> – Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms bei der Zinsrechnung – Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms zur Erstellung von Diagrammen 	
<p>Fakultative Inhalte</p> <ul style="list-style-type: none"> – Projekt: Prozente in der Zeitung – Einbeziehen von Laufzeiten beim Zinsrechnen 	

In weiten Teilen des sozialen, politischen und wirtschaftlichen Lebens unserer Gesellschaft sowie im technischen Bereich werden Methoden der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Analyse gegenwärtiger und zur Vorhersage künftiger Entwicklungen angewandt. Die Schülerinnen und Schüler mit den Denk- und Arbeitsweisen der Stochastik vertraut zu machen, ist somit eine zentrale Aufgabe eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts. Kern stochastischen Arbeitens ist das Modellieren realer Situationen, zentrale Idee der Begriff der Wahrscheinlichkeit. Die Schüleraktivität soll durch konkretes Handeln bei der Durchführung und Auswertung von Zufallsexperimenten gefördert werden. Reale Experimente und Simulationen mit dem Computer liefern die empirischen Daten, die als Grundlage von Mathematisierungen dienen können. Sowohl bei der Auswahl der Experimente – nicht nur mit Würfel und Münze – als auch bei der Interpretation und Anwendung der Ergebnisse erfahren die Schülerinnen und Schüler die Alltagsrelevanz der untersuchten Phänomene.

Die Bedeutung der Grundbegriffe „Zufallsexperiment“ und „Ergebnis“ wird an Beispielen erläutert. Besonderes Augenmerk ist der eindeutigen Festlegung des zu beobachtenden Merkmals zu widmen. Der Begriff der Wahrscheinlichkeit wird als Schätzwert für die relative Häufigkeit von Ereignissen eingeführt und als Eintrittschance gedeutet. Die Normierung der Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse auf nichtnegative Zahlen mit der Summe Eins wird anhand von Beispielen plausibel gemacht. Die Einsicht, dass zur Festlegung einer Wahrscheinlichkeit die Beachtung empirischer Daten sinnvoll sein kann oder zusätzliche Annahmen zu treffen sind, begründet sich aus dem Unterschied zwischen dem Modell und der Realität. Die offensichtliche Additivität der relativen Häufigkeiten von Elementarereignissen führt zum Wahrscheinlichkeitsbegriff bei Ereignissen.

Die Leitidee „Daten und Zufall“ bestimmt die Inhalte dieses Lernbereichs.

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Umgang mit Daten</p> <ul style="list-style-type: none"> • Daten erheben und erfassen • Daten auswerten und darstellen <ul style="list-style-type: none"> – Minimum und Maximum – arithmetischer Mittelwert • Median einer geordneten Liste: <ul style="list-style-type: none"> – bei ungerader Anzahl der Daten als der in der Mitte der Liste stehende Wert – bei gerader Anzahl der Daten als der arithmetische Mittelwert der beiden in der Mitte der Liste stehenden Werte • unteres und oberes Quartil • absolute Häufigkeit • relative Häufigkeit und deren Eigenschaften 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • identifizieren in (auch selbstgewählten) Kontexten Merkmale, die sich für statistische Auswertungen anbieten (K6) • erfassen Daten in Urlisten bzw. in Strichlisten (K4) • ordnen Daten (K5) • veranschaulichen Median, Quartile sowie Minimum und Maximum in Boxplots (K4) • nutzen Boxplots zur Beurteilung der Eigenschaften von Daten wie Verteilung der Daten und Symmetrie (K1) • veranschaulichen absolute Häufigkeiten in Stab- oder Balkendiagrammen (K4) • entnehmen Daten aus Stab- und Balkendiagrammen sowie aus Boxplots (K5) • bestimmen absolute und relative Häufigkeiten und stellen sie in Tabellen und in Stab-, Balken- oder Kreisdiagrammen (auch mit digitalen Werkzeugen) dar (K5) • geben relative Häufigkeiten als Bruchteile und als Prozentsätze an (K3) • begründen, warum die relative Häufigkeit nur Werte von 0 bis 1 annimmt (K1) • begründen, warum bei einer statistischen Erhebung die Summe der relativen Häufigkeiten aller Ausprägungen eines Merkmals gleich 1 ist (K1)

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Zufallsexperimente und ihre Auswertung</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zufall in Situationen des Alltags • Begriffe: Experiment, Versuch • Eigenschaften eines Zufallsexperimentes <ul style="list-style-type: none"> – Notwendigkeit einer Vereinbarung über alle möglichen Ergebnisse – keine Vorhersehbarkeit des Ergebnisses des Einzelversuchs – Wiederholbarkeit unter gleichen Bedingungen • Ergebnisse, Symbole $\omega_1, \omega_2, \dots$ • Ergebnismenge, Symbol Ω • Ereignisse, Symbole A, B, C, \dots • mehrstufige Zufallsexperimente <ul style="list-style-type: none"> – Baumdiagramme – Ergebnisse als Pfade – Ergebnisse als Tupel • absolute und relative Häufigkeit von Ereignissen • Stabilisierung der relativen Häufigkeiten 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • führen Zufallsexperimente (z. B. Ziehen aus Urnen, Drehen von Glücksrädern, Werfen von Reißnägeln oder quaderförmigen Spielwürfeln) durch und dokumentieren die Ergebnisse (z. B. in Urlisten) (K3) • erläutern den Unterschied zwischen einem Zufallsexperiment und einem deterministischen Experiment (K6) • beschreiben Zufallsexperimente mit Worten (K6) • beschreiben die Ergebnisse eines Zufallsexperiments durch geeignete Symbole (K4) • verwenden die Mengenschreibweise zur Darstellung von Ω (K5) • fassen Ergebnisse zu Ereignissen zusammen (K5) • beschreiben Ereignisse mit Worten und als Mengen (K6) • stellen mehrstufige Zufallsexperimente durch Baumdiagramme dar (K4) • stellen fest, dass sich die Werte der relativen Häufigkeiten bei vielen Versuchen (auch durch Simulation mit einem Tabellenkalkulationsprogramm) stabilisieren (K3) • begründen, warum die Summe der relativen Häufigkeiten aller Ergebnisse gleich 1 ist (K1)

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Wahrscheinlichkeit</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ereignisse <ul style="list-style-type: none"> – als Teilmengen von Ω – Elementarereignisse als einelementige Teilmengen – sicheres Ereignis, Symbol Ω – unmögliches Ereignis, Symbol $\{ \}$ – Gegenereignis, Symbol \overline{A} • Wahrscheinlichkeit als Prognose für die relative Häufigkeit bei vielen Versuchen • Interpretation der Wahrscheinlichkeit als Eintrittschance • Problematik der Vorhersage des Einzelalles • Wahrscheinlichkeit <ul style="list-style-type: none"> – der Elementarereignisse – beliebiger Ereignisse – Symbol $P(A)$ – des sicheren Ereignisses – des unmöglichen Ereignisses – des Gegenereignisses 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • unterscheiden Ergebnis und Ereignis (K6) • geben für konkrete Zufallsexperimente Elementarereignisse, Ereignisse, Gegenereignisse, das unmögliche Ereignis und das sichere Ereignis verbal und formal an (K2) • begründen mit Hilfe der Eigenschaften der relativen Häufigkeit die Festlegungen: <ul style="list-style-type: none"> – Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist eine Zahl, die mindestens 0 und höchstens 1 ist. – Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse ist 1. (K1) • modellieren Zufallsexperimente durch idealisierende Festlegung der Elementarereignisse und deren Wahrscheinlichkeiten, z. B. bei Glücksrädern und Urnen (K3) • vergleichen Wahrscheinlichkeitsmodelle mit Daten aus Zufallsexperimenten (K3) • konstruieren ausgehend von empirisch gewonnenen Daten stimmige Wahrscheinlichkeitsmodelle (K3) • berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses als Summe der Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse (K2) • interpretieren berechnete Wahrscheinlichkeiten in Hinblick auf die Eintrittschance (K3) • bewerten Aussagen, die auf Wahrscheinlichkeiten beruhen, kritisch (K1)
<p>Laplace-Experiment</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gleichwahrscheinlichkeit aller Elementarereignisse • Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{ \Omega }$ eines Elementarereignisses • $P(A) = \frac{ A }{ \Omega }$ 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden den Begriff Laplace-Experiment zutreffend (K6) • nennen Beispiele und Gegenbeispiele für Laplace-Experimente (K3) • berechnen die Laplace-Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses als Quotient aus der „Anzahl der günstigen Ergebnisse“ und der „Anzahl der möglichen Ergebnisse“ (K2) • führen geeignete Experimente auf Laplace-Experimente zurück, z. B. die Augensumme beim Werfen zweier Würfel (K3)
<p>Kombinatorische Überlegungen sprechen die <u>Leitidee</u> „Algorithmus und Zahl“ an.</p>	

Hinweise**zu Lernbereich 2 (Einführung in die Stochastik)****Methodische und fachdidaktische Erläuterungen**

- Die Behandlung der formalen Aspekte (z. B. Mengenschreibweise für Ω und für Ereignisse) sollte auf den erforderlichen Umfang beschränkt bleiben.
- Die in vielen Lehrbüchern übliche Sprechweise „Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen“ sollte im Laufe des Unterrichts begrifflich präzisiert werden.
- Man beschränke sich auf endliche Ergebnismengen.
- Natürliche Häufigkeiten sind Schätzwerte für absolute Häufigkeiten in passenden fiktiven Gesamtheiten. Der Umgang mit natürlichen Häufigkeiten begünstigt den nachhaltigen Lernerfolg.
- Eine stärker formalisierte und axiomatische Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs bleibt einer Behandlung der Stochastik in der Oberstufe vorbehalten.
- Bei Laplace-Experimenten ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses proportional zur Anzahl der günstigen Ergebnisse.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Datenrecherche beim Statistischen Bundesamt (www.destatis.de) und beim Statistischen Landesamt Saarland (www.statistik.saarland.de)
- Erheben von Daten mittels einer Umfrage, z. B. zum täglichen Medienkonsum
- Planen und Durchführen konkreter Zufallsexperimente mit Erstellung einer Ergebnis-Verlaufstabelle

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 6: Bruchrechnung
- Lernbereich 1.2: Prozentrechnung
- Klassenstufe 9: Bedingte Wahrscheinlichkeit

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Umfrageergebnisse bei Verbrauchern
- Wahlvorhersagen
- Pierre Simon de Laplace (1749-1827)

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Tabellenkalkulationsprogramm zur Darstellung von Balken- und Kreisdiagrammen
- Tabellenkalkulationsprogramm zur Erzeugung von Zufallszahlen
- Simulationsprogramme

Fakultative Inhalte

- Projekt: Datensammlung und Darstellung der Daten durch z. B. einen Boxplot

Anknüpfend an die in der Klassenstufe 6 behandelten Symmetrien wird der Grundbegriff der Kongruenz erarbeitet, der eine zentrale Rolle im Geometrieunterricht der Klassenstufe 7 spielt. Der Lehrgang bietet zahlreiche Gelegenheiten zum entdeckenden Lernen, das insbesondere durch den Einsatz eines Geometriesystems unterstützt wird. Darüber hinaus fördert die Anwendung dynamischer Geometriesoftware das lokale Ordnen sowie das Gliedern nach „gegeben“ und „gesucht“ bzw. „Voraussetzung“ und „Behauptung“. Die Einsicht in die Notwendigkeit, geometrische Sachverhalte exakt zu beschreiben und zu begründen soll geweckt werden. Gleichwohl beschränke man sich bei den Definitionen und Beweisen auf wesentliche, nicht unmittelbar einleuchtende Eigenschaften und Aussagen.

Den Schwierigkeiten in der manuellen Ausführung und in der sprachlichen Begleitung ist besondere Rechnung zu tragen. Daher sollen einem Einsatz des Computers Konstruktionen mit Zirkel und Lineal, insbesondere im Bereich der Grundkonstruktionen, vorgehen. Planfigur und Konstruktionsbeschreibung stellen wichtige methodische Haltepunkte dar.

Die Leitideen „Raum und Form“ und „Funktionaler Zusammenhang“ dominieren die einzelnen Inhalte je nach Schwerpunktsetzung in der Unterrichtsführung.

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Winkel an Geraden</p> <ul style="list-style-type: none"> • Winkel an Geradenkreuzungen: Nebenwinkel, Scheitelwinkel • <u>Satz</u>: Die Summe der Maße von Winkel und Nebenwinkel beträgt 180°; Scheitelwinkel sind maßgleich. • Stufen- und Wechselwinkel an zwei Geraden, die von einer dritten Geraden geschnitten werden • <u>Satz</u>: Wenn Stufenwinkel bzw. Wechselwinkel an parallelen Geraden liegen, dann sind sie maßgleich. (Satz über Stufenwinkel und Wechselwinkel) • Kehrsatz des Satzes über Stufenwinkel und Wechselwinkel • <u>Satz</u>: In einem Dreieck beträgt die Summe der Maße der Innenwinkel 180°. (Satz über die Winkelsumme im Dreieck) • Winkelbeziehungen in gleichschenkligen und gleichseitigen Dreiecken 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • identifizieren an Geradenkreuzungen Neben- und Scheitelwinkel (K4) • begründen die Eigenschaft von Winkel und Nebenwinkel und nutzen sie zur Begründung der Maßgleichheit von Scheitelwinkeln (K1) • begründen die Orthogonalität der beiden Winkelhalbierenden an einer Geradenkreuzung (K1) • markieren Stufen- und Wechselwinkel in geeigneten Figuren (K4) • begründen die Maßgleichheit von Wechselwinkel an Parallelen, z. B. mit Hilfe der Drehsymmetrie, und weitergehend von Stufenwinkeln mit der Maßgleichheit von Scheitelwinkeln (K1) • formulieren den Kehrsatz zum Satz über die Stufen- und Wechselwinkel an Parallelen in Wenn-dann-Form (K6) • bestimmen Winkelmaße in Figuren durch Anwenden des Satzes über die Stufen- und Wechselwinkel an Parallelen (K2) • beweisen den Satz über die Winkelsumme im Dreieck (K1) • berechnen Winkelmaße in Dreiecken und Teildreiecken mit Hilfe des Satzes über die Winkelsumme (K2) • leiten eine Formel für die Winkelsumme in einem Vieleck her (K2)

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Kongruenz</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundbegriffe Achsensymmetrie, Drehsymmetrie, Punktsymmetrie (Wiederholung aus Klassenstufe 6) • Grundkonstruktionen: <ul style="list-style-type: none"> – Spiegeln an Achsen – Drehen – Verschieben – Konstruieren von Senkrechten und Parallelen – Halbieren von Strecken und Winkeln • Hintereinanderausführen von Achsenspiegelungen, Drehungen oder Verschiebungen • <u>Definition</u>: Figuren heißen kongruent, wenn sie durch Achsenspiegelungen, Drehungen, Verschiebungen oder deren Hintereinanderausführung zur Deckung gebracht werden können. Symbol \cong 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben charakterisierende Eigenschaften achsen- bzw. drehsymmetrischer Dreiecke und Vierecke (K6) • führen die Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal bzw. mit Geodreieck und Lineal sowie mit Hilfe eines DGS aus (K5) • dynamisieren Drehungen in einem DGS durch den Einsatz eines Schiebereglers für den Drehwinkel (K4) • führen exemplarisch Achsenspiegelungen, Drehungen oder Verschiebungen von Figuren mit Hilfe eines DGS hintereinander aus (K5) • veranschaulichen die Kongruenz von Figuren dynamisch mit Hilfe eines DGS (K4) • identifizieren bei kongruenten Figuren einander entsprechende Strecken und Winkel (K2)
<p>Kongruenz von Dreiecken</p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Satz</u>: Im Dreieck ist die Summe zweier Seitenlängen stets größer als die Länge der dritten Seite. (Dreiecksungleichung) • <u>Kongruenzsatz sss</u>: Wenn zwei Dreiecke in den drei Seitenlängen übereinstimmen, dann sind sie kongruent. • <u>Kongruenzsatz sws</u>: Wenn zwei Dreiecke in den Längen zweier Seiten und dem Maß des von ihnen eingeschlossenen Winkels übereinstimmen, dann sind sie kongruent. • <u>Kongruenzsatz wsw</u>: Wenn zwei Dreiecke in der Länge einer Seite und den Maßen der beiden anliegenden Winkel übereinstimmen, dann sind sie kongruent. • <u>Kongruenzsatz Ssw</u>: Wenn zwei Dreiecke in den Längen zweier Seiten und dem Maß des Gegenwinkels der längeren Seite übereinstimmen, dann sind sie kongruent. • Mittendreieck 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • entscheiden, ob aus drei gegebenen Streckenlängen ein Dreieck konstruierbar ist (K2) • entwickeln die Bedingung für die Lösbarkeit der Konstruktionsaufgabe <i>wsw</i> (K2) • zeigen an einem Gegenspiel, dass die Konstruktion eines Dreiecks aus einer Seitenlänge und zwei Winkelmaßen nicht eindeutig ist (K1) • zeigen an Beispielen, dass die Konstruktion eines Dreiecks aus zwei Seitenlängen und einem Winkelmaß eindeutig, nicht eindeutig lösbar oder unlösbar sein kann (K2) • nennen die Bedingung für die eindeutige Lösbarkeit der Konstruktion eines Dreiecks aus zwei Seitenlängen und dem Maß eines nicht eingeschlossenen Winkels (K6) • konstruieren Dreiecke aus gemäß den Kongruenzsätzen gegebenen Seitenlängen und Winkelmaßen auch in Anwendungsaufgaben (K2) • begründen Eigenschaften des Mittendreiecks (K1)

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Besondere Linien und Punkte im Dreieck</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mittelsenkrechte als Ortslinie • Umkreis eines Dreiecks: <ul style="list-style-type: none"> – Umkreismittelpunkt als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten – Lage des Umkreismittelpunktes • Thaleskreis als Umkreis des rechtwinkligen Dreiecks • <u>Satz des Thales</u>: Wenn bei einem Dreieck ABC der Eckpunkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser \overline{AB} liegt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel. • Kehrsatz des Satzes von Thales • Tangenten an einen Kreis • Winkelhalbierende als Ortslinie • Inkreis eines Dreiecks: <ul style="list-style-type: none"> – Inkreismittelpunkt als Schnittpunkt der Winkelhalbierenden – Lotstrecke als Radius des Inkreises • Seitenhalbierende eines Dreiecks • Schwerpunkt eines Dreiecks: <ul style="list-style-type: none"> – Schwerpunkt als Schnittpunkt der Seitenhalbierenden – Teilverhältnis 2:1 • Höhen eines Dreiecks • Höhenschnittpunkt eines Dreiecks: <ul style="list-style-type: none"> – Lage des Höhenschnittpunktes • <u>Satz</u>: Das Dreieck mit einer Grundseite der Länge g und der zugehörigen Höhe der Länge h_g hat den Flächeninhalt A mit $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g$. 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • veranschaulichen die Mittelsenkrechte mit Hilfe eines DGS als Ortslinie (K4) • entdecken mit Hilfe eines DGS, dass die Mittelsenkrechten eines beliebigen Dreiecks einander in genau einem Punkt schneiden (K5) • begründen die Existenz des gemeinsamen Schnittpunktes der Mittelsenkrechten (K1) • konstruieren den Mittelpunkt des Kreises durch drei nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegende Punkte (K2) • veranschaulichen den Thaleskreis mit Hilfe eines DGS als die Ortslinie aller Punkte, von denen aus eine vorgegebene Strecke unter einem rechten Winkel erscheint (K2) • beweisen den Satz des Thales (K1) • formulieren die Kontraposition und den Kehrsatz des Satzes von Thales (K6) • beweisen den Kehrsatz des Satzes von Thales (K1) • konstruieren die Tangente an einen Kreis in einem Punkt der Kreislinie (K5) • konstruieren die Tangenten an einen Kreis von einem Punkt außerhalb des Kreises (K5) • entdecken mit Hilfe eines DGS, dass die Winkelhalbierenden eines Dreiecks einander in genau einem Punkt schneiden (K2) • begründen die Existenz des Schnittpunktes der Winkelhalbierenden (K1) • konstruieren den Inkreismittelpunkt und den Radius des Inkreises mit Zirkel und Lineal (K5) • ermitteln Schwerelinien eines Dreiecks in einem Experiment (K2) • konstruieren den Schwerpunkt eines Dreiecks (K5) • entdecken mit Hilfe eines DGS den gemeinsamen Schnittpunkt der Seitenhalbierenden und das Teilverhältnis (K5) • konstruieren die Höhen eines Dreiecks und den gemeinsamen Schnittpunkt (K5) • nutzen die Ortslinieneigenschaften von Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden in Anwendungsaufgaben (K3) • begründen die Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes eines Dreiecks (K1) • berechnen den Flächeninhalt von Dreiecken, auch in Kontexten (K2)
<p>Flächeninhaltsbestimmungen sind wesentliche Tätigkeiten im Bereich der <u>Leitidee</u> „Messen“.</p>	

Hinweise

zu Lernbereich 3 (Geometrie)

Methodische und fachdidaktische Erläuterungen

- Auf einen streng axiomatischen Aufbau, insbesondere auf die Diskussion der grundlegenden Bedeutung des Parallelenaxioms, wird verzichtet. Damit verbleibt die deduktive Methode im Rahmen eines lokalen Ordners und Begründens.
- Die Kongruenz aller Lösungsdreiecke wird als eindeutige Lösbarkeit angesehen.
- Konstruktionsbeschreibungen sollten sich auf grundlegende Konstruktionen beschränken.
- Die Konstruktion von Dreiecken aus Teildreiecken spielt eine untergeordnete Rolle.
- Bei der Herleitung des Winkelsummensatzes von Dreiecken bieten sich enaktive Ein-stiege an.
- Das maßstäbliche Zeichnen bei Anwendungsaufgaben bereitet die Ähnlichkeit vor.
- Die Formulierung „genau dann ..., wenn ...“ bleibt höheren Klassenstufen vorbehalten.
- Neben Satz und Kehrsatz wird die Kontraposition thematisiert.

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Untersuchung der Lage besonderer Punkte eines Dreiecks mit Hilfe eines DGS
- Dreiecksvermessung in Feld und Flur, z. B. zur maßstäblichen Ermittlung unzugänglicher Größen

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5: Betrachtungen am Rechteck
- Klassenstufe 6: Symmetrien
- Klassenstufe 8: Haus der Vierecke
- Klassenstufe 9: Ähnliche Dreiecke

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Landvermessung, Navigation
- Schwerpunkte von Körpern
- Thales von Milet (um 600 v. Chr.)
- Pierre de Fermat (1601-1665)
- Leonhard Euler (1707-1783)

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Dynamische Geometriesoftware (DGS)

Fakultative Inhalte

- Außenwinkelsatz im Dreieck
- Winkelsumme in beliebigen Vielecken
- Umfangswinkelsatz als Verallgemeinerung des Satzes von Thales
- Euler-Gerade
- Fermat-Punkt eines Dreiecks
- Untersuchung von Doppelspiegelungen mit Hilfe eines DGS

Aufbauend auf den in Lernbereich 1.1 behandelten Zuordnungen wird der Funktionsbegriff entwickelt. Die Schülerinnen und Schüler lernen eine mathematische Methode kennen, die sich als universelles Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, insbesondere auch in den Naturwissenschaften, erweist. Im Mittelpunkt stehen das Erkennen funktionaler Abhängigkeiten, deren formale Beschreibung mit Hilfe von Funktionstermen und die graphische Veranschaulichung.

Im Rahmen des Modellierens realer Situationen werden das Aufstellen und Analysieren von Funktionstermen, die Verwendung einer formalen Sprache sowie das Strukturieren und Idealisieren eingeübt. Die Betrachtung linearer Funktionen bietet Zugang zu Eigenschaften und Begriffen, die den spezifischen Charakter dieser Funktionsklasse beschreiben, aber auch eine Verallgemeinerung ermöglichen. Proportionalitäten werden dadurch in einen größeren Zusammenhang gestellt. Die Eigenschaften der Funktionen und ihrer Graphen werden systematisch zur Lösung und Interpretation innermathematischer und anwendungsbezogener Problemstellungen genutzt.

Das Thema wird namentlich und inhaltlich von der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ geprägt.

4.1. Funktionsbegriff

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Zuordnung</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zuordnung zwischen Größen (Wiederholung aus Lernbereich 1.1) • Zuordnung zwischen Zahlenmengen mit Hilfe von <ul style="list-style-type: none"> – Tabellen – Texten – Graphen – Termen 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • nennen Beispiele für Zuordnungen, auch aus dem Alltag (K6) • wählen Darstellungen von Zuordnungen nach den sachlichen Erfordernissen (K4) • interpretieren geeignete Diagramme als Zuordnungen (K1) • zeichnen Graphen von Zuordnungen im Koordinatensystem (K4) • identifizieren in Sachzusammenhängen abhängige und unabhängige Größen (K1)
<p>Funktion als spezielle Zuordnung</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definitionsmenge D, Zielmenge Z • Existenz und Eindeutigkeit des zugeordneten Wertes • <u>Definition</u>: Eine Zuordnung, die jedem Element x einer Definitionsmenge D genau ein Element y einer Zielmenge Z zuordnet, heißt Funktion von D nach Z. • Schreibweise: $f: D \rightarrow Z; x \mapsto y$ mit $y = f(x)$ • Sprechweisen <ul style="list-style-type: none"> – f: Funktionsname – x: Funktionsvariable – $f(x)$: Funktionsterm – $f(x_0)$: Funktionswert an der Stelle x_0 – $y = f(x)$: Funktionsgleichung – $x \mapsto f(x)$: Funktionsvorschrift 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Tabellen und Diagramme aus dem Alltag als Darstellungen von Funktionen (K1) • unterscheiden zwischen Elementen, denen zugeordnet wird, und Elementen, die zugeordnet werden (K6) • grenzen in Beispielen begründet Funktionen und Zuordnungen, die keine Funktionen sind, gegeneinander ab (K1) • verwenden die fachspezifischen Sprechweisen (K6) • interpretieren das Bilden von Kehrwert, Gegenzahl, Betrag, Vielfachen und Quadrat als Funktionsvorschriften und formalisieren dies (K3) • verwenden die Namen „Kehrwertfunktion“, „Betragsfunktion“, „proportionale Funktion“ und „Quadratfunktion“ (K6) • erstellen zu geeigneten Funktionen eine Gleichung der Form $y = f(x)$ (K4)

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Funktion als spezielle Zuordnung (Fortsetzung)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wertetabelle • Wertemenge, Symbol W • Funktionsgraph, Graph von f, Symbol G_f 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • erstellen Wertetabellen von Funktionen, auch mit elektronischen Hilfsmitteln (K5) • erstellen empirisch Wertetabellen von Funktionen (K3) • zeichnen Graphen von Funktionen, auch mit Hilfe eines Funktionenplotters (K5) • entscheiden begründet, ob ein Graph ein Funktionsgraph ist, insbesondere beim Kreis (K1) • lesen aus Funktionsgraphen Paare $(x; y)$ ab (K5) • überprüfen in geeigneten Fällen, ob eine gegebene Zahl Funktionswert ist (K5)
Hinweise	
zu Lernbereich 4.1 (Funktionsbegriff)	
<p>Methodische und fachdidaktische Erläuterungen</p> <ul style="list-style-type: none"> – Man beschränke sich auf Funktionsterme angemessener Komplexität. – Der Funktionsbegriff erlaubt auch die Betrachtung von Beispielen aus der Geometrie, etwa im Rahmen der Analyse von Formeln. – Auf einen sorgfältigen Gebrauch der Sprech- und Schreibweisen ist zu achten. – Zu den Tätigkeiten im Zusammenhang mit Funktionen zählen: Erstellen, Interpretieren, Darstellen (insbesondere Visualisieren), Umformen und Anpassen, Modellieren. – Graphen über der Definitionsmenge \mathbb{Q} können durchgezeichnet werden, ohne die Unvollständigkeit dieser Zahlenmenge bzw. der Wertemenge zu problematisieren. 	
<p>Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit</p> <ul style="list-style-type: none"> – Erfassen eines Temperaturverlaufs, Niederschlagsmessungen, Ermitteln von Füllkurven 	
<p>Querverbindungen im Lehrplan</p> <ul style="list-style-type: none"> – Klassenstufe 5: Quadratzahlen, Zahlenfolgen – Klassenstufe 6: Kehrzahl, Gegenzahl – Lernbereich 1.1: Zuordnungen im Alltag – Lernbereich 4.2: Lineare Funktionen – Klassenstufe 9: quadratische Funktionen, Potenzfunktionen – Klassenstufe 10: allgemeine Sinusfunktion 	
<p>Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte</p> <ul style="list-style-type: none"> – Graphen, Diagramme, Tabellen und Formeln in Naturwissenschaften, Technik, Sport oder Geographie – zeitabhängige Größen, Ursache und Wirkung 	
<p>Einsatz digitaler Werkzeuge</p> <ul style="list-style-type: none"> – Einsatz von Funktionenplotter, auch unter Einbeziehung von Schiebereglern – Erstellen von Wertetabellen, auch mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms 	
<p>Fakultative Inhalte</p> <ul style="list-style-type: none"> – interpolierende Bestimmung von Messwerten, z. B. bei Füllgraphen 	

4.2. Lineare Funktionen

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Beispiele aus dem Alltag</p> <ul style="list-style-type: none"> Zuordnungen mit Gleichungen der Form $y = m \cdot x + n$ Parameter m und n 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> grenzen in Beispielen begründet Zuordnungen, die durch $y = m \cdot x + n$ beschrieben werden können, und andere Zuordnungen gegeneinander ab (K1) ermitteln und interpretieren in geeigneten Kontexten die Parameter m und n (K4) verwenden die Begriffe „Anfangswert“ und „Änderungsrate“ (K6) entnehmen Diagrammen und Tabellen die zugehörigen Werte für m und n (K2)
<p>Eigenschaften linearer Funktionen</p> <ul style="list-style-type: none"> <u>Definition:</u> Eine Funktion mit einer Gleichung der Form $y = m \cdot x + n$, wobei $m \in \mathbb{Q}$ und $n \in \mathbb{Q}$ gilt, heißt lineare Funktion. Wertetabelle und Graph Achsenschnittpunkte <ul style="list-style-type: none"> y-Achsenabschnitt n Nullstelle als x-Koordinate des Schnittpunktes mit der x-Achse Steigungsbegriff <ul style="list-style-type: none"> Steigungsdreiecke konstanter Differenzenquotient $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$ Steigung m Wachstumsverhalten <ul style="list-style-type: none"> streng monoton wachsend ($m > 0$) streng monoton fallend ($m < 0$) konstant bleibend ($m = 0$) 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> zeichnen Graphen linearer Funktionen händisch und mit Hilfe eines Funktionsplotters (mit Schieberegler) (K5) veranschaulichen mit Hilfe eines Funktionsplotters, dass die Graphen linearer Funktionen Geraden sind (K3) ordnen Graphen und Terme linearer Funktionen einander begründend zu (K1) begründen, dass nicht jede Gerade Graph einer linearen Funktion ist (K1) erläutern, dass eine lineare Funktion durch Angabe zweier zugehöriger Wertepaare eindeutig festgelegt ist (K1) erstellen die Funktionsgleichung aus zwei Punkten des Graphen (K5) beschreiben die Auswirkungen der Änderungen der Parameter m und n auf den Graph der linearen Funktion (K6) interpretieren die Steigung einer Geraden als das konstante Verhältnis von Änderungen in der Vertikalen zu Änderungen in der Horizontalen (K3) lesen an Geraden den y-Achsenabschnitt ab und ermitteln die Steigung (K5) zeichnen Geraden bei Vorgabe eines Punktes und der Steigung (K5) berechnen gegebenenfalls die Nullstelle einer linearen Funktion und nutzen die Achsenschnittpunkte beim Zeichnen des Graphen (K5) begründen, dass die Flächeninhaltsfunktion eines Rechtecks bei einer veränderlichen und einer konstanten Seitenlänge linear ist (K3) modellieren bei passenden kontextgebundenen Aufgaben mit Hilfe linearer Funktionen (K4)

4.2. Lineare Funktionen

Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p>Eigenschaften linearer Funktionen (Fortsetzung)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen von Graphen linearer Funktionen <ul style="list-style-type: none"> – Parallelitätsbedingung $m_1 = m_2$ – Orthogonalitätsbedingung $m_1 \cdot m_2 = -1$ • Sonderfälle <ul style="list-style-type: none"> – konstante Funktionen ($m=0$) – proportionale Funktionen ($n=0$) 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • begründen die Parallelitätsbedingung (K1) • vergleichen an Hand von Funktionsgleichungen die Lagebeziehung der zugehörigen Geraden (K1) • stellen die Funktionsgleichungen von Geraden auf, die parallel zu einer vorgegebenen Geraden verlaufen (K5) • stellen die Funktionsgleichungen von Geraden auf, die senkrecht zu einer vorgegebenen Geraden verlaufen (K5) • ermitteln rechnerisch und zeichnerisch den Schnittpunkt zweier Geraden (K5) • begründen durch Termeigenschaften, dass bei proportionalen Funktionen dem k-fachen x-Wert der k-fache y-Wert zugeordnet wird (K1)
<p>Parallelität und Orthogonalität stellen Bezüge zur <u>Leitidee</u> „Raum und Form“ her.</p>	

Hinweise

zu Lernbereich 4.2 (Lineare Funktionen)

Methodische und fachdidaktische Erläuterungen

- Je nach Kontext werden bei der Verwendung von Variablen unterschiedliche Aspekte angesprochen. Variable können Unbekannte oder Platzhalter sein. Sie können gleichzeitig oder auch sukzessive alle Elemente des Grundbereichs repräsentieren. Darüber hinaus ermöglichen sie einen formal-algebraischen Kalkül.
- Die umgekehrt proportionalen Funktionen kommen im Rahmen der Behandlung der Potenzfunktionen in Klassenstufe 9 vor.
- In der Fachmathematik versteht man unter linearen Abbildungen nur die Funktionen mit $n = 0$.
- Die Kehrwertfunktion und die Quadratfunktion (Flächeninhalt) können als kontrastierende Beispiele für Funktionsgraphen mit nichtlinearem Verlauf dienen.
- Die Parallelitätsbedingung kann anhand kongruenter Steigungsdreiecke begründet werden.
- Die Orthogonalitätsbedingung kann anhand von Steigungsdreiecken begründet werden.
- Das Aufgabenformat „Wähle begründet aus vorgegebenen Graphen den passenden Graphen aus“ kann in Kontexten eingeübt werden (z. B. anhand linearer und nichtlinearer Füllgraphen bei unterschiedlichen Gefäßformen).

Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit

- Recherche und Analyse linearer Gebühren- und Tarifsysteme im Alltag
- Einsatz eines DGS mit Schiebereglern für m und n zur Untersuchung linearer Graphen

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 6: Terme, Gleichungen, Ungleichungen
- Lernbereich 1.1: Proportionalität
- Lernbereich 3: Geometrie
- Klassenstufe 8: Lineare Gleichungssysteme
- Klassenstufe 9: Ähnlichkeit
- Klassenstufe 9: Potenzfunktionen
- Klassenstufe 10: Trigonometrische Funktionen, ganzrationale Funktionen
- Klassenstufe 10: Einführung in die Differentialrechnung

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Formeln der gleichförmigen Bewegung
- Proportionalität von Größen
- Umrechnungen zwischen der Celsius-Skala und der Fahrenheit-Skala
- prozentualer Anstieg einer Straße

Einsatz digitaler Werkzeuge

- Funktionenplotter
- Dynamische Geometriesoftware (DGS)

Fakultative Inhalte

- Untersuchung von Beispielen für nichtlineares Wachstum mit Tabellenkalkulation, z. B. Zinseszins