



Lehrplan

# **Mathematik**

Gemeinschaftsschule

Klassenstufe 9 und 10

E-Kurs und A-Kurs

2016

## Themenfelder Klassenstufen 9/10 E-Kurs und A-Kurs

<b>Themenfelder Klassenstufen 9/10 E-/A-Kurs</b>	<b>Mathematik</b>
Themenfeld Wachstum	
Themenfeld Reelle Zahlen – Wurzeln und Potenzen	
Themenfeld Gleichungen und Zuordnungen	
Themenfeld Geometrie	
Themenfeld Wahrscheinlichkeit und Statistik	

**Einordnung des Themenfeldes**

Das Themenfeld *Wachstum und Abnahme* knüpft an die in Klassenstufe 8 eingeführten linearen Funktionen sowie an die Prozent- und Zinsrechnung an. Es ist eng verbunden mit dem Themenfeld *Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen* in den Klassenstufe 9 und 10.

Im Themenfeld Wachstum geht es um die Betrachtung von Wachstums- bzw. Abnahmeprozessen sowie der Verknüpfung mit Funktionen unter diesem übergeordneten Aspekt. Im Zentrum stehen lineares und exponentielles Wachstum, aber auch andere Wachstumsarten wie quadratisches (Bremsweg, Flächen) und kubisches (Volumina) Wachstum werden untersucht. Eine Anknüpfung an weitere Wachstumsarten, wie sie z. B. aus dem Umgang mit figurierten Zahlen bekannt sind, kann ebenfalls erfolgen.

Im Alltag werden Wachstumsmodelle für Prognosen genutzt, wodurch unter anderem eine Verknüpfung zur Stochastik hergestellt werden kann.

**Didaktische Hintergründe**

Der Schwerpunkt des Themenfeldes liegt in der Modellbildung, da sich hier vielfältige und authentische Problemstellungen anbieten, wie z. B. Fragen zur Bevölkerungsentwicklung, Beobachtung natürlicher Wachstumsprozesse sowie Beispiele aus der Medizin oder der Wirtschaft. Solche Beispiele erfordern sowohl die Auswahl eines passenden Modells zu einer gegebenen Situation als auch das Hinterfragen eines gewählten Modells aufgrund der Abweichungen zwischen Modellrechnungen und realen Daten. So lässt sich das Durchlaufen des vollständigen Modellbildungskreislaufes nachvollziehen.

Anknüpfend an Beispiele aus den Klassenstufen 7/8 können unter anderem anhand von Füllgraphen verschiedene Wachstumsarten qualitativ beschrieben und unterschieden werden.

Durch die Betrachtung verschiedener Wachstumsprozesse wird das Wissen über bekannte Funktionen reaktiviert und um einen neuen Aspekt ergänzt. Die Beschreibung der unterschiedlichen Wachstumsarten und die Zuordnung zu bekannten Funktionen erfordern sowohl kommunikative als auch argumentative Kompetenzen.

Für die Entdeckung der Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Wachstumsarten und entsprechenden Formeln ist ausreichend Zeit einzuplanen. Nützlich ist dabei die Untersuchung von Funktionswerten und Graphen sowie das Durchführen iterativer Berechnungen. Das Rechnen mit Gleichungen, die ein Wachstum beschreiben, ist erst dann sinnvoll, wenn sich das Verständnis der Wachstumsprozesse gefestigt hat – ansonsten besteht die Gefahr, dass die Idee des funktionalen Zusammenhangs durch ein reines Formelrechnen verloren geht. Die Thematisierung und Unterscheidung lokaler und globaler Betrachtungen ist in Vorbereitung auf höhere Klassenstufen lohnenswert. Modellierungsprozesse nehmen in diesem Zusammenhang einen hohen Stellenwert ein

**Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

Im ersten Lernabschnitt Wachstumsprozesse geht es um die Entdeckung verschiedener Wachstumsarten. Der eher technisch-formale Umgang mit Wachstumsgleichungen folgt im zweiten Lernabschnitt. Daran anschließend gibt es einen Abschnitt Modellieren, in dem das zuvor erworbene Wissen in Realsituationen angewandt und kritisch hinterfragt wird. Modellbildung spielt aber natürlich auch in den beiden vorangehenden Abschnitten eine Rolle. Der Umgang mit dem Logarithmus ist zwar in einen eigenen Lernabschnitt ausgegliedert, kann aber integriert behandelt werden.

**Werkzeuge**

Der Einsatz des WTR<sup>1</sup> spielt in diesem Themenfeld eine zentrale Rolle: Insbesondere beim exponentiellen Wachstum wird deutlich, dass das Rechnen mit gerundeten Ergebnissen (insbesondere beim Wachstumsfaktor) zu starken Abweichungen führen kann und es sinnvoll ist, Zwischenergebnisse zu speichern oder mit vollständigen Zahltermen zu rechnen.

Zur Erstellung von Wertetabellen und Graphen ist es sinnvoll, auch TK bzw. Funktionenplotter heranzuziehen.

**Unterschiede zwischen E-Kurs und A-Kurs**

*Im A-Kurs werden zusätzliche mathematische Werkzeuge eingeführt wie die Rekursionsformeln zur Beschreibung von Wachstumsprozessen, die ausführlichere Behandlung von Logarithmen und der Logarithmusrechenregeln und die Bestimmung von Funktionsgleichungen aus zwei Wertepaaren (bzw. drei bei quadratischem Wachstum). Darüber hinaus werden komplexere Realsituationen modelliert und fehlende Zwischenwerte diskreter Daten mit Interpolation bekannter Funktionen abgeschätzt.*

<sup>1</sup> **Abkürzungen:** WTR – Wissenschaftlicher Taschenrechner gemäß den Kriterien der LFK; DGS – Dynamische Geometriesoftware; TK – Tabellenkalkulation

Themenfeld Wachstum		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>nennen und erläutern Beispiele für verschiedenartige Wachstumsprozesse aus dem Alltag (K3)</li> <li>beschreiben die unterschiedlichen Arten von Veränderungen und grenzen sie voneinander ab (K6)</li> <li>berechnen absolute und prozentuale Zu- und Abnahmen (K5)</li> <li>ordnen Beispiele unterschiedlichen Wachstumsarten zu (K1)</li> <li>lesen aus Tabellen, Graphen und Diagrammen unterschiedliche Wachstumsarten ab (K4/K6)</li> <li>stellen Wachstum in Tabellen, Diagrammen, Termen und Funktionsgraphen dar (K4)</li> <li>wählen Darstellungsmöglichkeiten situationsangemessen aus (K1/K4)</li> <li>berechnen Funktionswerte von Wachstumsprozessen, auch iterativ, auch mit einer Tabellenkalkulation (K5)</li> </ul>	<p><b>Wachstumsprozesse</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Lineares Wachstum</li> <li>Quadratisches/Kubisches Wachstum</li> <li>Exponentielles Wachstum</li> </ul> <p>Begriffe Veränderung und Bestand</p>	
<p><i>A-Kurs:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>beschreiben Wachstumsprozesse rekursiv (K5)</i></li> <li><i>geben bei linearem und bei exponentiellem Wachstum eine Rekursionsformel an (K4)</i></li> </ul>	<p><i>Rekursionsformeln</i></p> <p><i>Explizite Formeln</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Die Begriffe <i>Wachstumsprozess</i> bzw. <i>Wachstum</i> schließt <i>Zerfallsprozesse</i> bzw. <i>Abnahme</i> ein.</li> <li>Rekursionsformeln können z. B. die Form <math>f(n+1) = k \cdot f(n)</math> bei exponentiellem Wachstum, <math>f(n+1) = f(n) + a</math> bei linearem Wachstum oder <math>f(n+1) = f(n) + 2n + 1</math> bei quadratischem Wachstum haben.</li> </ul>		

Themenfeld Wachstum		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Wachstumsgleichungen wie <math>y = k \cdot x + c</math> bzw. <math>y = a \cdot b^x</math> mit geeigneten <math>a, b, c, k</math> auf (K2)</li> <li>• bestimmen bei linearen Wachstumsprozessen Größen wie Anfangswert, Änderungsrate, Endwert sowie die Anzahl der Abschnitte (<math>k</math>) (K5)</li> <li>• bestimmen bei exponentiellen Wachstumsprozessen Größen wie Anfangswert, Endwert, Wachstumsrate, Wachstumsfaktor sowie Anzahl der Abschnitte (<math>x</math>) (K5)</li> <li>• entscheiden aufgrund gegebener Daten, um welche Wachstumsart es sich handelt. (K2/K3)</li> <li>• geben bei exponentiellem Wachstum zu einer Wachstumsrate den Wachstumsfaktor an und umgekehrt (K6)</li> <li>• berechnen Halbwertszeiten bzw. Verdopplungszeiten (K5)</li> <li>• stellen aus gegebenen Halbwertszeiten und Verdopplungszeiten bei gegebener Wachstumsart Funktionsgleichungen auf (K2)</li> <li>• berechnen aus zwei konkreten Wertepaaren und vorgegebener Wachstumsart die charakteristischen Größen für lineares oder exponentielles Wachstum (K5)</li> </ul>	<p><b>Wachstumsgleichungen</b></p> <p>Anfangswert, Endwert, Änderungsrate, Wachstumsrate, Wachstumsfaktor</p> <p>Halbwertszeit, Verdopplungszeit</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Beim Umgang mit Wachstumsgleichungen ist darauf zu achten, dass es nicht bei reinem Formelrechnen bleibt; vielmehr steht auch hier die Bedeutung der Wachstumsparameter bzw. der unterschiedlichen Veränderungen immer im Vordergrund. Eine Simulation vor dem Modellieren kann hierbei hilfreich sein.</li> <li>– Das Berechnen gesuchter Exponenten (z. B. Zeiträume) erfolgt sowohl durch Probieren als auch mit dem zur jeweiligen Basis gehörenden Logarithmus.</li> <li>– Die Zinseszinsformel wird in diesem Kontext aufgegriffen.</li> </ul>		



Themenfeld Wachstum		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ermitteln zu einem exponentiellen Wachstumsprozess graphisch den Zeitpunkt des Erreichens eines gewissen Wertes (K2)</li> <li>• verwenden die Logarithmusschreibweise und Logarithmussprechweise (K5)</li> <li>• nutzen das Logarithmieren situationsgerecht (K3/K5)</li> <li>• berechnen einfache Logarithmen im Kopf (K5)</li> <li>• berechnen Logarithmen mithilfe des Taschenrechners, auch unter Verwendung des 10er-Logarithmus (K5)</li> <li>• nutzen die Logarithmustaste auf dem WTR sachgerecht (K5)</li> <li>• lösen Gleichungen durch Logarithmieren (K5)</li> </ul>	<p><b>Logarithmus</b></p>	
<p><i>A-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>nutzen die Rechenregeln für Logarithmen zur Termumformung (K5)</i></li> <li>• <i>fassen Logarithmusterme kontextspezifisch zusammen (K5)</i></li> <li>• <i>begründen die Rechenregeln mithilfe der Potenzgesetze (K1)</i></li> </ul>	<p><i>Rechenregeln für Logarithmen:</i></p> <p><i>Logarithmus eines Produkts, eines Quotienten und einer Potenz</i></p>	



**Hinweise****Methodische Hinweise**

- Die Untersuchung der Zusammenhänge der Logarithmen zu unterschiedlichen Basen kann mithilfe des WTR entdeckt werden.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Klassenstufe 7/8: *Terme und (Un-)Gleichungen* - Lösen von Gleichungen
- Klassenstufe 7/8: *Funktionen*
- Klassenstufe 7/8: *Prozente und Zinsen*
- Klassenstufe 9/10: *Reelle Zahlen - Wurzeln und Potenzen*
- Klassenstufe 9/10: *Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen* – Exponentialfunktion, Potenzfunktion, Quadratische Funktionen und Gleichungen

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- Das Themenfeld biete zahlreiche Anknüpfungsmöglichkeiten sowohl an Themen aus NW, wie z. B. Wachstum und Veränderung in der Biologie und radioaktiver Zerfall in der Physik, als auch an Themen in GW, z. B. die Untersuchung von Bevölkerungswachstum. Dabei ist zu beachten, dass viele Wachstumsprozesse in der Natur aufgrund begrenzter Ressourcen logistisch sind.

**Einordnung des Themenfeldes**

Die Wurzelschreibweise und das Wurzelziehen als Umkehrung des Quadrierens taucht bereits in den Klassenstufen 5/6 auf, höhere Wurzeln als Umkehrung des Potenzierens sind neu in diesen Klassenstufen, allenfalls wurden sie bei Umformungen einfacher Gleichungen in der Geometrie verwandt.

Die Erweiterung des bisher bekannten Zahlbereichs knüpft an die Einführung der rationalen Zahlen in den Klassenstufen 7/8 an. Durch die Nichtdurchführbarkeit einer Umkehroperation im bisher bekannten Zahlbereich – in Falle der irrationalen Zahlen das Ziehen der Wurzel - ergibt sich die Notwendigkeit, einen neuen Zahlbereich zu definieren. Die Menge der rationalen Zahlen wird dann durch die Menge der irrationalen Zahlen zur Menge der reellen Zahlen ergänzt und die Unterschiede zwischen rationalen und irrationalen Zahlen herausgearbeitet.

Die Potenzschreibweise ist bereits seit der fünften Klassenstufe bekannt, allgemein als verkürzte Schreibweise der Multiplikation mit mehreren gleichen Faktoren und im Besonderen die Zehnerpotenzen als Stufenzahlen. In den Klassenstufen 9/10 werden im E/A-Kurs nach der Einführung und Nutzung der Potenzregeln mit natürlichen Exponenten die Potenzen auf ganzzahlige und rationale Exponenten und die damit einhergehende Betrachtung der Auswirkung auf zulässige Basen erweitert.

**Didaktische Hintergründe**

In diesem Themenfeld spielen Argumentieren und Kommunizieren eine wichtige Rolle. Die Schüler lernen die Quadratwurzel als konstruierbare Streckenlänge kennen, deren zugehörige unendliche nicht-periodische Dezimaldarstellung im irrationalen Fall nur näherungsweise berechnet werden kann. Hierbei führen sie Verfahren zur Konstruktion solcher Streckenlängen und zur Berechnung irrationaler Zahlen aus und führen sie an einigen Beispielen durch. Erst dann werden die Rechenregeln eingeführt und eingeübt. Die Potenzgesetze für natürliche Basen sollten von den Schülern zunächst möglichst selbstständig erarbeitet werden, indem sie die Bedeutung der Ausdrücke in den Blick nehmen.

Später rückt die Fertigkeit, Potenzen und Wurzeln richtig in den Taschenrechner einzugeben, der sinnvolle Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungsarten sowie die Anwendung der Rechen- und Prioritätsregeln in den Vordergrund.

In diesem Themenfeld lernen die Schüler Wurzeln als Zahldarstellung kennen, mit denen gemäß den Rechenregeln gerechnet wird. Hierbei stehen nicht Berechnungen sondern vielmehr die Umformungen von Wurzeltermen im Vordergrund.

Die Zehnerpotenzen werden bei der Arbeit mit dem Taschenrechner genutzt. Zusammenhänge mit Einheiten und möglichen Vorsilben sollen eine Nutzung der Zehnerpotenzen in Umweltkontexten verdeutlichen.

**Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

Die Zehnerpotenzen sollen aufgrund der geforderten Parallelität zum G-Kurs in Klassenstufe 9 behandelt werden und ist unabhängig von den anderen Lernabschnitten.

Gemäß des Anspruchs, zunächst die Sache zu verstehen, bevor man sie auf ein formaleres Niveau hebt, bilden die Erarbeitung der neuen Begriffe, das allgemeine Verständnis von Wurzeln und Potenzen und die Anwendung der jeweiligen Rechenregeln auf einfache (Zahl-)Terme jeweils einen ersten Schritt

Die Erweiterung auf ganzzahlige und rationale Exponenten der Potenzen und der Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungsformen sollen in einem angemessenen Abstand zur Umformung mehrgliedriger Terme stattfinden, um ein kumulatives Lernen zu fördern.

**Werkzeuge**

Der WTR spielt in diesem Themenfeld eine herausragende Rolle. Die Vorteile einer direkt-algebraischen Eingabe kommen insbesondere bei mehrgliedrigen Rechentermen oder höheren Wurzeln zum Tragen. Die Nutzung von Zehnerpotenzen spielt sowohl bei der Eingabe in den Taschenrechner als auch beim Ablesen von Ergebnissen auf dem Taschenrechner eine wichtige Rolle.

**Unterschiede zwischen E-Kurs und A-Kurs**

*Bei der Erweiterung des Zahlbereichs wird im A-Kurs die näherungsweise Berechnung von irrationalen Zahlen und ihre Darstellung durch Dezimalbrüche, Intervallschachtelungen oder Punkte auf der Zahlengeraden vertieft; insbesondere das Heronverfahren kann einen wichtigen Beitrag zum Aufbau der Begriffe Iteration, Approximation und Konvergenz leisten. Darüber hinaus wird für das Heronverfahren eine Tabellenkalkulation genutzt.*

*Algebraisch rücken im A-Kurs Termumformungen mit mehrgliedrigen Termen stärker in den Vordergrund; hier kann man mit Blick auf die gebrochen-rationalen Funktionen auch das Kürzen und Erweitern von Bruchtermen und die Polynomdivision thematisieren.*

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern die Quadratwurzel als Umkehrung des Quadrierens (K1)</li> <li>• deuten Quadrat- und Kubikwurzeln geometrisch (K4)</li> <li>• konstruieren Strecken mit irrationalen Längen (K2)</li> <li>• begründen, dass man nur aus positiven Zahlen und aus der 0 eine Wurzel ziehen kann (K1)</li> <li>• nennen die Quadratzahlen bis 400 (K6)</li> <li>• schätzen den Wert einer Quadratwurzel ab (K5)</li> <li>• nutzen Quadrat- und Kubikwurzeln für Berechnungen in Sachkontexten (K5)</li> <li>• runden Wurzeln situationsgerecht (K3)</li> <li>• berechnen n-te Wurzeln mit dem Taschenrechner (K5)</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• fassen Wurzelterme kontextspezifisch zusammen (K5)</li> <li>• nutzen die algebraische Schreibweise für Werte von Wurzeln kontextspezifisch (K4)</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• formen Terme mit Quadratwurzeln mit Rechen- und Prioritätsregeln um (K5)</li> <li>• widerlegen „falsche Regeln“ durch Beispiele (K1)</li> </ul>	<p><b>Wurzeln</b></p> <p>Wurzeln als Umkehrung des Quadrierens (Potenzierens)</p> <p>Quadratwurzel</p> <p>n-te Wurzel</p> <p>Rechenregeln</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wurzelziehen aus einem Produkt/einem Quotienten</li> <li>• Zusammenfassen von gleichartigen Wurzeltermen</li> <li>• Rechenregeln für Multiplikation und Division von Wurzeltermen</li> <li>• Potenzieren von Wurzeln und umgekehrt</li> <li>• Prioritätsregeln</li> </ul>
<p><i>A-Kurs:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern die Umformungen, indem sie die Rechenregeln benennen (K6)</li> <li>• erläutern die Äquivalenz <math>x^2 = a \Leftrightarrow  x  = \sqrt{a}</math> für positive <math>a</math>. (K1)</li> </ul>	

## Hinweise

- Es wird herausgearbeitet, wann es jeweils sinnvoll ist, die algebraische oder die numerisch gerundete Dezimalschreibweise zu benutzen (z. B.  $\sqrt{2} \approx 1,414$  ).
- Bei der numerischen Darstellung wird diskutiert, welche Näherungen bei Zwischenrechnungen bzw. in Sachkontexten sinnvoll sind.
- Die Übergabe von Zwischenergebnissen in den Speicher des WTR und die Entnahme von dort kann hier nutzbringend thematisiert werden.
- Das Ausgabenformat des WTR wird thematisiert und ‚versteckte‘ Stellen hinter dem Komma thematisiert.
- Berechnungen des Taschenrechners, wie  $\sqrt[3]{-8} = -2$  werden thematisiert.
- $\sqrt{-1}$  provoziert eine weitere Mengenerweiterung.
- Das geometrische Mittel kann in diesem Zusammenhang an Figuren und Körpern verdeutlicht werden.

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern, warum zwischen zwei rationalen Zahlen immer noch eine dritte liegt (K1)</li> <li>• erklären den Unterschied zwischen rationalen und irrationalen Zahlen (K1)</li> <li>• veranschaulichen die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Zahlbereichen (K1/K4)</li> <li>• nähern eine einfache Quadratwurzel durch propädeutische Intervallschachtelung mit dem Taschenrechner an (K5)</li> <li>• geben Beispiele für irrationale Zahlen an (K4)</li> </ul>	<p><b>Reelle Zahlen - rationale und irrationale Zahlen</b></p> <p>Dichtheit der rationalen Zahlen</p>
<p><i>A-Kurs:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>erläutern einen indirekten Beweis der Irrationalität von <math>\sqrt{2}</math>. (K1)</i></li> <li>• <i>berechnen Näherungswerte für irrationale Zahlen durch Intervallschachtelung (K5)</i></li> <li>• <i>lokalisieren irrationale Zahlen an der Zahlengeraden (durch Intervallschachtelung oder geometrisch) (K4)</i></li> <li>• <i>beschreiben das Heronverfahren als Näherungsverfahren für irrationale Zahlen (K6)</i></li> <li>• <i>bestimmen mithilfe des Heronverfahrens und einer Tabellenkalkulation Näherungswerte für irrationale Quadratwurzeln (K4/K5)</i></li> </ul>	<p><i>Intervallschachtelung</i></p>
<p><b>Hinweise</b></p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Um mathematisches Beweisen an dieser Stelle zu vertiefen, kann hier sowohl die Methode des indirekten Beweises, als auch die Methode des direkten Beweises an weiteren Beispielen demonstriert werden (Indirekt: z. B. Unendlichkeit der Primzahlen, direkt: z. B. „das Quadrat einer geraden Zahl ist durch vier teilbar“).</li> <li>- Die Intervallschachtelung soll hier nur beispielhaft an einfachen Verfahren wie dem Intervallhalbierungsverfahren oder der dezimalen Intervallschachtelung veranschaulicht werden.</li> <li>- Mithilfe des Chuquet-Mittels <math>\frac{a+b}{c+d}</math> zweier Brüche <math>\frac{a}{c}</math> und <math>\frac{b}{d}</math> lässt sich die Dichtheit der rationalen Zahlen einfach zeigen.</li> </ul>	

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen die Potenzschreibweise bei Multiplikationen gleicher Faktoren (K4)</li> <li>• erklären die Definition von <math>a^0</math> und <math>a^1</math> (K1)</li> <li>• lösen Anwendungsaufgaben, bei denen die Potenzschreibweise sinnvoll ist (K2)</li> <li>• berechnen einfache Potenzen mit natürlichen Exponenten und Basen im Kopf (K5)</li> <li>• berechnen Potenzen mit dem Taschenrechner (K5)</li> <li>• runden Werte von Potenzen situationsangemessen (K3)</li> <li>• ordnen das Potenzieren in die Prioritätsregeln ein (K5)</li> <li>• fassen Potenzterme mit Variablen soweit möglich zusammen (K5)</li> <li>• formen Terme situationsangemessen z. B. durch Ausklammern bzw. Ausmultiplizieren um (K5)</li> <li>• erläutern, dass das Potenzieren weder kommutativ noch assoziativ ist (K1)</li> <li>• potenzieren negative Zahlen und erläutern die damit einhergehenden Besonderheiten (K1)</li> <li>• begründen die Besonderheiten von bestimmten Potenzen (z. B. negative Basis, Betrag der Basis kleiner 1, Basis ist 0 oder 1) (K1)</li> <li>• erläutern an Beispielen die Gültigkeit der Potenzrechenregeln (K1)</li> <li>• widerlegen „falsche Regeln“ durch Beispiele (K1)</li> <li>• nutzen die Potenzregeln bei Termumformungen (K5)</li> </ul>	<p><b>Potenzen und Potenzregeln (natürliche Exponenten)</b></p> <p>Potenzschreibweise (Wdh.) Begriffe Potenz, Basis und Exponent</p> <p>Potenzrechenregeln:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Multiplikation und Division bei gleicher Basis</li> <li>• Multiplikation und Division bei gleichem Exponenten</li> <li>• Potenzieren von Potenzen</li> <li>• Prioritätsregeln</li> </ul>
<b>Hinweise</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Im Hinblick auf das Thema Funktionen empfiehlt sich auch die Beobachtung von Wertetabellen in Vorbereitung einer funktionalen Sichtweise.</li> <li>- Die Polynomdivision kann im A-Kurs im Hinblick auf die Oberstufe eingeführt und zum intelligenten Üben der Potenzregeln genutzt werden.</li> </ul>	

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wechseln kontextspezifisch zwischen den Schreibweisen als Potenz, der Schreibweise als Wurzel und der numerischen Schreibweise (K5)</li> <li>• erläutern, dass bei ganzzahligen und gebrochenen rationalen Exponenten die Potenzregeln erhalten bleiben (K1)</li> <li>• erklären mithilfe des Permanenzprinzips, dass <math>a^{-1} = \frac{1}{a}</math> und dass <math>a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}</math></li> <li>• stellen den Zusammenhang zwischen Potenzschreibweise mit gebrochenen Exponenten und Wurzeln her (K1)</li> <li>• stellen den Zusammenhang zwischen der Potenzschreibweise mit negativen Exponenten und dem Kehrwert her (K1)</li> <li>• berechnen einfache Potenzen mit rationalen Exponenten und natürlichen Basen im Kopf (K5)</li> <li>• berechnen Potenzen mit rationalen Exponenten mit dem Taschenrechner (K5)</li> <li>• formen Potenzterme mit rationalen Exponenten um (K5)</li> <li>• nutzen die Potenzregeln bei Termumformungen mit rationalen Exponenten (K5)</li> </ul>	<p><b>Potenzen mit rationalen Exponenten</b></p> <p>Potenzen mit negativem ganzzahligen Exponent</p> <p>Potenzen mit positivem rationalen Exponent</p> <p>Potenzen mit rationalem Exponent</p>



Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen die Schreibweise mit Zehnerpotenzen zum Darstellen sehr großer und sehr kleiner Zahlen (K3/K6)</li> <li>• wechseln zwischen der Darstellung einer Zahl in Zehnerpotenz- und Zahlschreibweise (K4)</li> <li>• ordnen Zehnerpotenzen der Größe nach (K2)</li> <li>• ordnen die Stufenbezeichnungen einzelnen Zehnerpotenzen zu und nutzen sie in Kontexten (K6)</li> <li>• lesen Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise auf dem Taschenrechner ab (K5)</li> <li>• geben Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise in den Taschenrechner ein (K5)</li> <li>• nutzen die Vorsilben für Einheiten und ordnen Sie einer passenden Zehnerpotenz zu (K6)</li> <li>• nutzen Zehnerpotenzen zur Vereinfachung von Multiplikation und Division (K5)</li> <li>• erläutern die Vorteile der Zehnerpotenzschreibweise (K1)</li> </ul>	<p><b>Zehnerpotenzen</b></p> <p>Stufenbezeichnungen bis Trilliarde</p> <p>Darstellungsweise</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wissenschaftliche Schreibweise</li> <li>• technische Schreibweise</li> </ul> <p>Darstellungsweise am Taschenrechner</p> <p>Vorsilben bei Einheiten</p>
<b>Hinweise</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Wiederholung der Stellenwerte und deren Zweck sind in diesem Zusammenhang sinnvoll.</li> <li>- Eine Zehnerpotenz tritt nicht notwendigerweise in Potenzschreibweise auf.</li> <li>- Beim Arbeiten mit dem WTR muss auf versteckte Stellen hingewiesen werden.</li> </ul>	

**Hinweise****Methodische Hinweise**

Zur geometrischen Veranschaulichung der Quadratwurzel bietet sich das Geobrett an.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Klassenstufe 5/6: *Natürliche Zahlen* – Potenzschreibweise, Zehnerpotenzen
- Klassenstufe 5/6: *Geometrie* – Quadrat und Würfel
- Klassenstufe 7/8: *Terme und (Un-)Gleichungen* - Lösen von Gleichungen
- Klassenstufe 7/8: *Geometrie* - Umformen geometrischer Berechnungsformeln
  
- Klassenstufe 9/10: *Wachstum* - Exponentielles Wachstum
- Klassenstufe 9/10: *Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen*

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- Geschichte irrationaler Zahlen (Philosophie)
- Begriff der Unendlichkeit, „Hotel Unendlich“
- Unterschiedliche Unendlichkeiten
- In den Naturwissenschaften spielen sowohl das Auflösen von Gleichungen, als auch die Zehnerpotenzen in den Bereichen sehr großer Zahlen (Sonnensystem, Entfernungen von Planeten) und sehr kleiner Zahlen (Nanotechnologie) eine Rolle.

### Einordnung des Themenfeldes

Durch Zuordnungen und Funktionen finden unter anderem innermathematische Vernetzungen von Themengebieten wie Stochastik, Geometrie und Wachstum oder auch Verbindungen der Mathematik mit Alltagsphänomenen statt.

In den Klassenstufen 9 und 10 wird das in den beiden vorangegangenen Jahren erlernte Wissen zum Thema Funktionen aufgegriffen, weitergeführt und systematisiert. Dies geschieht auch durch die Arbeit mit Funktionsgleichungen. Dabei wird das Repertoire an bekannten Funktionstypen sukzessive erweitert.

### Didaktische Hintergründe

Sowohl die Gleichungslehre als auch die Funktionenlehre können, wenn sie nicht auf das Erlernen und Einüben der technischen Fertigkeiten reduziert werden, als Hilfsmittel zum Problemlösen erlebt werden. Dies erfordert, dass es neben Erklärungen und einem intelligenten Üben ausreichend Raum für die Entdeckung von Zusammenhängen, den konstruktiven Umgang mit Fehlern sowie Argumentationen anhand unterschiedlicher Darstellungen gibt.

In der Funktionenlehre ist der Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungsarten ein wichtiger Unterrichtsinhalt. So werden die Übergänge zwischen Situation, Funktionsterm, Tabelle, Graph bzw. Diagramm und Text anhand der quadratischen Funktionen beispielhaft für eine Funktionsklasse entwickelt, wobei insbesondere die wechselseitigen Auswirkungen von Veränderungen am Funktionsterm und dem Graphen in den Blick genommen werden. U. a. die Frage nach Nullstellen führt auf quadratische Gleichungen. Die Lösung quadratischer Gleichungen sowie die Bedingungen für die Lösbarkeit ergeben sich im Zusammenspiel mit den Graphen der entsprechenden Funktionen.

Das Lösen quadratischer Gleichungen kann den Blick für quadratische Zusammenhänge in Sachkontexten schärfen. Verknüpfungen mit geometrischen Zuordnungen, wie z. B. *Länge einer Seite  $\alpha$  Flächeninhalt* (beim Quadrat) oder *Radius  $a$  Flächeninhalt* (beim Kreis) bieten sich an.

Einige der aus den quadratischen Funktionen gewonnenen Erkenntnisse werden im Anschluss auf neue Funktionsklassen übertragen.

Die Frage nach der Umkehrbarkeit von Funktionen kann anhand graphischer Lösungen von Funktionsgleichungen vorbereitet werden. Abschnittsweise definierte lineare bzw. konstante Funktionen werden in Sachzusammenhängen thematisiert (z. B. Tarifstrukturen).

### Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte

Um einen kumulativen Aufbau des sehr umfangreichen Themenkomplexes Quadratische Funktionen und Gleichungen zu ermöglichen, sollte eine Aufteilung stattfinden. Eine Möglichkeit ergibt sich durch die im Lehrplan vorgeschlagene Trennung in die zwei Lernabschnitte ‚quadratische Funktionen‘ und ‚quadratische Gleichungen‘, wobei in Anwendungssituationen beide Abschnitte eine Rolle spielen.

Eine solche Trennung bietet sich auch für die Lernabschnitte ‚grafisches Lösen linearer Gleichungssysteme‘ und ‚Rechnerische Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme‘ an. Hier sollte jedoch zuvor zunächst ein Abschnitt vorgeschaltet werden, der das Verstehen des Phänomens Gleichungssystem allgemein klärt.

### Werkzeuge

Die Nutzung von Funktionenplottern eröffnet in diesem Themengebiet vielfältige Möglichkeiten. So lassen sich die Auswirkungen von Veränderungen an Funktionstermen auf den Graphen der Funktion interaktiv beobachten. Ein Einsatz von WTR zur Erstellung von Wertetabellen erleichtert die Betrachtung von Funktionen.

**Unterschiede zwischen E-Kurs und A-Kurs**

*Im A-Kurs entsteht eine Vertiefung durch eine weiterführende Bearbeitung verschiedener Inhalte wie zum Beispiel das Erweitern des Additionsverfahrens zum Gauß-Algorithmus und ausdifferenzierter Strategien zum Lösen quadratischer Gleichungen.*

*Extremwertprobleme mit quadratischen Zielfunktionen, Tangentenberechnung sowie das graphische Lösen ausgewählter nicht nur quadratischer Gleichungen und Gleichungssysteme unter Zuhilfenahme eines Funktionsplotters stellen inhaltliche Erweiterungen dar.*

Themenfeld Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• modellieren Zusammenhänge in Sachsituationen mithilfe linearer Funktionen (K3)</li> <li>• interpretieren lineare Gleichungen in Sachkontexten (K6)</li> <li>• identifizieren eine lineare Gleichung als lineare Funktionsgleichung (K1)</li> <li>• unterscheiden und nutzen zwei Darstellungen linearer Funktionsgleichungen: <math>y = mx + b</math> und <math>ax + by = c</math> mit geeigneten <math>m, a, b, c</math> (K4)</li> <li>• lösen mithilfe des Graphen einer linearen Funktion Gleichungen der Form <math>ax + by = c</math>, mit geeigneten <math>a, b, c</math>. (K2/K4)</li> <li>• modellieren Sachsituationen begründet mit LGS (K3)</li> <li>• beschreiben, welche Bedeutung ein LGS in einem vorgegebenen Sachkontext hat (K4)</li> <li>• lösen Sachprobleme mit LGS (K3)</li> <li>• erfinden Anwendungsaufgaben zu vorgegebenen LGS (K3)</li> <li>• ermitteln kontextspezifisch aus einer linearen Funktionsgleichung zwei Punkte, um den dazugehörigen Graphen zeichnen zu können (K2)</li> <li>• zeichnen mithilfe zweier gegebenen Punkte den Graphen einer linearen Funktion (K5)</li> <li>• bestimmen mit geeigneten heuristischen Hilfsmitteln Lösungspaare, die ein LGS erfüllen (K2)</li> <li>• entscheiden Fragen zur Anzahl der Lösungen eines LGS mithilfe der Graphen (K1)</li> <li>• lösen eine lineare Gleichung nach einer Variable auf (K5) (Wdh.)</li> <li>• lösen LGS mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten graphisch (K4)</li> </ul>	<p><b>Lineare Gleichungssysteme (LGS) mit zwei Variablen</b></p> <p>Graphisches Lösen von LGS</p>	
<b>Hinweise</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- In der Regel führen Tarife zu Treppenfunktionen. Die Modellierung durch lineare Funktionen kann an geeigneter Stelle hinterfragt werden.</li> <li>- Der Umgang mit nicht-ganzzahligen Lösungen bei der Frage nach Anzahlen muss thematisiert werden.</li> </ul>		

Themenfeld Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• prüfen, ob ein Zahlenpaar Lösung eines LGS ist (K5)</li> <li>• lösen LGS rechnerisch mit einem geeigneten Verfahren und führen die Probe durch (K5)</li> <li>• ermitteln anhand der Gleichungen die Anzahl der Lösungen eines LGS (K5)</li> <li>• beschreiben Vor- und Nachteile graphischer und rechnerischer Lösungsverfahren (K1)</li> </ul>	<p><b>Rechnerische Lösungsverfahren für (lineare) Gleichungssysteme mit zwei Variablen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gleichsetzungsverfahren</li> <li>• Einsetzungsverfahren</li> <li>• Additionsverfahren</li> </ul>	
<p><i>A-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>erläutern die Erweiterung des Additionsverfahrens auf dreidimensionale LGS (Gaußalgorithmus) (K1)</i></li> <li>• <i>wenden den Gaußalgorithmus an (K5)</i></li> <li>• <i>lösen zweidimensionale nichtlineare Gleichungssysteme mit einer linearen Funktion graphisch oder rechnerisch (K2)</i></li> </ul>	<p><i>Gaußalgorithmus</i></p> <p><i>Nichtlineare Gleichungssysteme</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Die graphische Lösung nichtlineare Gleichungssysteme wird im Zusammenhang mit quadratischen Gleichungen oder Exponentialgleichungen aufgegriffen.</li> </ul>		

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erstellen Wertetabellen und zeichnen Graphen quadratischer Funktionen (K4)</li> <li>• prüfen, ob ein Punkt auf dem Graph einer quadratischen Funktion liegt (K5)</li> <li>• beschreiben und erläutern Unterschiede zwischen linearen und quadratischen Zuordnungen (K1)</li> <li>• beschreiben geometrische Eigenschaften der Normalparabel (K1)</li> <li>• erstellen, auch mit digitalen Werkzeugen, Wertetabellen zu gestreckten, gespiegelten und verschobenen Normalparabeln (K5)</li> <li>• beschreiben die Eigenschaften und den Verlauf von Parabeln unter Verwendung der Fachbegriffe (K6)</li> <li>• ermitteln zu gestreckten, gespiegelten und/oder verschobenen Normalparabeln die Scheitelpunktform (K4)</li> <li>• skizzieren bei gegebener Scheitelpunktform den Graphen einer quadratischen Funktion (K5)</li> <li>• wählen die Lage des Koordinatensystems begründet aus (K1)</li> <li>• beschreiben die Auswirkung der Variation der Parameter in der Scheitelpunktform auf den Graphen (K1)</li> <li>• begründen, dass eine Parabel durch Angabe des Scheitels und des Streckfaktors mit Vorzeichen eindeutig festgelegt ist (K1)</li> <li>• ordnen die unterschiedlichen Darstellungsarten (Graph, Tabelle, Situation, Text und Funktionsgleichung) einer quadratischen Funktion begründet einander zu (K4)</li> <li>• erläutern Zusammenhänge zwischen den unterschiedlichen Darstellungsarten (K1)</li> <li>• beschreiben quadratische Zusammenhänge in der Umwelt (auch mithilfe von Graphen) (K3)</li> <li>• modellieren Sachsituationen mithilfe von quadratischen Funktionen (K3)</li> </ul>	<p><b>Quadratische Funktionen</b></p> <p>Eigenschaften der Normalparabel</p> <p>Streckung (Stauchung) in y-Richtung Spiegelung an der x-Achse als Sonderfall</p> <p>Parallelverschiebung in y-Richtung Parallelverschiebung in x-Richtung</p> <p>Scheitelpunktform <math>f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0</math></p> <p>Normalform <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math></p> <p>p-q-Form <math>f(x) = a(x^2 + px + q)</math></p> <p>Nullstellenform <math>f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)</math> mit den Nullstellen <math>x_1</math> und <math>x_2</math></p>

Themenfeld Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bestimmen mit Symmetrieüberlegungen die Lage des Scheitels einer Parabel (K2)</li> <li>• überführen die Scheitelpunktform sowie die Nullstellenform in die Normalform (K5)</li> <li>• wandeln die Normalform ohne Vorfaktor mittels der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform um (K5)</li> <li>• wählen die Form der verwendeten Funktionsgleichung kontextspezifisch aus (K1)</li> </ul>		
<p><i>A-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>geben die Monotonieintervalle quadratischer Funktionen an (K4)</i></li> <li>• <i>ermitteln die Scheitelpunktform aus der Normalform beliebiger gestreckter und verschobener Parabeln (K5)</i></li> <li>• <i>leiten kontextgerecht die Nullstellenform einer quadratischen Funktion her (K4)</i></li> <li>• <i>ermitteln aus drei verschiedenen Punkten einer Parabel deren Funktionsgleichung (K2/K5)</i></li> <li>• <i>stellen den Zusammenhang zwischen der Ortsliniendefinition und der algebraischen Definition einer Parabel her (K4)</i></li> </ul>		
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Der Zusammenhang zwischen Veränderung der Funktionsterms und Veränderungen am Graphen kann mit einem Funktionenplotter erarbeitet werden.</li> <li>- Algebraisches Umformen von Funktionsgleichungen wird im Zusammenhang mit Anwendungen intelligent geübt.</li> <li>- Beim Aufstellen von Funktionsgleichungen aus drei Punkten einer Parabel kann der Gaußalgorithmus angewandt werden.</li> </ul>		



Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• bestimmen graphisch die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung (K4)</li> <li>• stellen den Zusammenhang zwischen dem Lösen einer quadratischen Gleichung und der Nullstellenbestimmung einer quadratischen Funktion her (K1)</li> <li>• bestimmen graphisch die Schnittpunkte einer linearen und einer quadratischen Funktion (K4)</li> <li>• erläutern, dass die Lösungen einer quadratischen Gleichung Nullstellen beliebig vieler quadratischer Funktionen sein können (K1)</li> <li>• begründen anhand von Graphen, dass eine quadratische Gleichung entweder keine, genau eine oder zwei Lösungen besitzen kann (K1)</li> <li>• erklären ein Verfahren zum Lösen quadratischer Gleichungen (K1)</li> <li>• begründen anhand von rechnerischen Lösungsverfahren, dass eine quadratische Gleichung entweder keine, genau eine oder zwei Lösungen besitzen kann (K1)</li> <li>• bestimmen rechnerisch Lösungen quadratischer Gleichungen (K5)</li> <li>• bestimmen rechnerisch die Schnittpunkte zweier quadratischer Funktionen bzw. einer quadratischen Funktion und einer linearen Funktion (K5)</li> <li>• erläutern Unterschiede zwischen der Lösung linearer und quadratischer Gleichungen (K1)</li> <li>• beschreiben quadratische Zusammenhänge in Anwendungssituationen (K3)</li> <li>• lösen Aufgaben zu Sachkontexten, die auf quadratische Gleichungen führen (K3)</li> </ul>	<p><b>Quadratische Gleichungen</b></p> <p>Graphisches Lösen quadratischer Gleichungen</p> <p>Rechnerisches Lösen quadratischer Gleichungen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lösungsformel</li> <li>• quadratische Ergänzung</li> </ul>

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p><i>A-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>begründen, dass sich Lösungen quadratischer Gleichungen als Schnittpunkt zweier Funktionsgraphen interpretieren lassen (K1)</i></li> <li>• <i>bestimmen rechnerisch Tangenten an Parabeln (K5)</i></li> <li>• <i>bestimmen die Lösungen quadratischer Gleichungen durch Faktorisieren mithilfe des Satzes von Vieta (K5)</i></li> <li>• <i>modellieren und lösen Extremwertaufgaben mit quadratischen Zielfunktionen (K3)</i></li> </ul>	<p><i>Satz von Vieta</i></p>

**Hinweise**

- Aufgabenstellungen in diesem Lernabschnitt sollten berücksichtigen, dass das Lösen der hier auftretenden Gleichungen durch numerische Verfahren im WTR möglich ist.
- Im A-Kurs können quadratische Ungleichungen thematisiert werden.

Themenfeld Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zeichnen, auch mithilfe von Funktionenplotttern, die Graphen von Funktionen (K4/K5)</li> <li>• begründen mithilfe von Graphen besondere Eigenschaften der einzelnen Funktionsklassen (K1)</li> <li>• bestimmen den maximalen Definitionsbereich einer Funktion (K5)</li> <li>• geben den Wertebereiche von Funktionen an (K5)</li> <li>• ordnen Graphen und Funktionsgleichungen begründet einander zu (K1)</li> <li>• erläutern unter Zuhilfenahme der Graphen die Eigenschaften der angegebenen Funktionsklassen (K1)</li> <li>• ermitteln aus den Graphen von Funktionen besondere Punkte (K4)</li> <li>• lösen mithilfe von Graphen Gleichungen, in denen die entsprechenden Funktionsklassen auftreten (K4)</li> <li>• beschreiben die Auswirkung einer Verschiebung/Streckung des Graphen einer Funktion auf deren Funktionsgleichung und umgekehrt (K1)</li> </ul>	<p><b>Eigenschaften von Funktionsklassen</b></p> <p>Eigenschaften von Funktionen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Symmetrie</li> <li>• Wertemenge</li> <li>• Definitionsmenge</li> <li>• Monotonie</li> <li>• Krümmung</li> </ul> <p>Operationen mit Funktionen</p> <p>Spiegelung an den Achsen</p> <p>Streckung (Stauchung) in y-Richtung</p> <p>Verschiebung in y-Richtung</p> <p>Verschiebung in x-Richtung</p> <p>Umkehrfunktion</p>	
<p><i>A-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>erläutern die Bedeutung der symbolischen Notation der Symmetrieeigenschaften wie <math>f(-x) = -f(x)</math> und <math>f(-x) = f(x)</math> (K6)</i></li> <li>• <i>begründen Eigenschaften wie Monotonieverhalten anhand der Funktionsterme (K1)</i></li> <li>• <i>geben, wenn möglich, Umkehrfunktionen zu einzelnen Funktionen an (K1)</i></li> <li>• <i>identifizieren den Graph der Umkehrfunktion mit einer Spiegelung an der Winkelhalbierenden (K1)</i></li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• geben Beispiele für Anwendungskontexte an, in denen Potenzfunktionen auftreten (K6)</li> <li>• klassifizieren Potenzfunktionen nach dem Exponenten (K1)</li> <li>• unterscheiden zwischen Parabeln und Hyperbeln (K6)</li> <li>• identifizieren quadratische Funktionen als spezielle Potenzfunktionen (K1)</li> <li>• beschreiben Definitionslücken bei Potenzfunktionen (K6)</li> </ul>	<p>Potenzfunktion</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Parabel</li> <li>• Hyperbel</li> </ul>	

Themenfeld Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<b>A-Kurs</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>rechnen die Symmetrieeigenschaften konkreter Potenzfunktionen nach (K5)</i></li> <li>• <i>lösen graphisch Potenzgleichungen (K4)</i></li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• geben in Abhängigkeit von der Basis an, wann der Graph einer Exponentialfunktion steigt und wann er fällt (K1)</li> <li>• erläutern den Zusammenhang zwischen den Graphen von <math>f(x) = a^x</math> und <math>f(x) = a^{-x}</math> (K1)</li> <li>• begründen den gemeinsamen Punkt (0   1) aller Exponentialfunktionen (K1)</li> <li>• erläutern die Besonderheiten periodischer Funktionen (K1)</li> <li>• erläutern mithilfe des Einheitskreises die Erweiterung des Sinus und des Kosinus auf Winkel, die größer als <math>90^\circ</math> sind (K1)</li> <li>• erläutern den Zusammenhang zwischen Bogenmaß und zugehörigem Winkelmaß (K1)</li> <li>• rechnen Winkelmaße vom Bogenmaß ins Gradmaß um und umgekehrt (K5)</li> <li>• erläutern mithilfe des Einheitskreises die Eigenschaften der Sinusfunktion (K1)</li> <li>• führen die Sinusfunktion mit dem Winkelmaß-Argument über in die Sinusfunktion mit dem Bogenmaß als Argument (K4)</li> <li>• geben die Amplitude von Sinus- und Kosinusfunktionen an (K4)</li> <li>• erklären, weshalb eine Sinus-/Kosinusfunktion unendlich viele Nullstellen haben kann (K1)</li> </ul>	Exponentialfunktion  Sinus- und Kosinusfunktion Amplitude, Frequenz Bogenmaß Streckung in x-Richtung	
<b>A-Kurs</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>begründen den Definitions- und den Wertebereich der Quadratwurzelfunktion (K1)</i></li> <li>• <i>identifizieren die Wurzelfunktion als Potenzfunktion mit Exponent <math>\frac{1}{2}</math> (K1)</i></li> </ul>		
<b>Hinweise</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Untersuchung der verschiedenen Funktionsklassen soll die Vielfalt funktionaler Zusammenhänge aufzeigen. Die Operationen Verschiebung, Spiegelung und Streckung werden als übergeordnete und verbindende Elemente an allen vorgestellten Funktionsklassen angewandt.</li> <li>- Die Erarbeitung des Bogenmaßes dient lediglich dem Verstehen der Skalierung der x-Achse beim Zeichnen und Ablesen trigonometrischer Funktionen und ist kein Selbstzweck.</li> </ul>		

**Hinweise****Methodische Hinweise**

- Die Arbeit mit einem Funktionenplotter ist in diesem Themenfeld obligatorisch. Eine Vielzahl von Apps unterstützt solches Arbeiten.
- Parabelförmige Flugbahnen können konkret mit Videos oder Fotos ausgewertet werden.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Klassenstufe 5/6: *Muster, Terme, Gleichungen*
- Klassenstufe 7/8: *Terme und (Un-)Gleichungen, Äquivalenzumformungen*
- Klassenstufe 7/8: *Funktionen, lineare Funktion, Steigung, Nullstelle, Achsenabschnitte*
- Klassenstufe 9/10: *Wachstum*

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- In der Einführungsphase der gymnasialen Oberstufe werden im Physikunterricht Probleme der Kinematik mithilfe von quadratischen Funktionen gelöst.

**Einordnung des Themenfeldes**

Mit der ebenen Trigonometrie, der Satzgruppe des Pythagoras und der stereometrischen Betrachtung von Spitzkörpern sowie Zylindern und Kugel wird die Geometrie der Sekundarstufe I in den Klassenstufen 9/10 abgeschlossen.

Wichtige Grundlagen für die ebene und die räumliche Geometrie werden in den Klassenstufen 5/6 bzw. 7/8 gelegt. Die Steigung als Verhältnis zweier Dreieckskatheten ist durch die Einführung der linearen Funktionen in Klassenstufe 8 bekannt.

Aufbauend auf diesen Erfahrungen und Kompetenzen sollen in den Klassenstufen 9/10 nicht nur Berechnungen an Figuren und Körpern im Vordergrund stehen, sondern auch geometrische Zusammenhänge in verschiedenen Kontexten aufgezeigt werden.

Dem Modellieren als zentrale mathematische Kompetenz wird besondere Aufmerksamkeit gewidmet.

**Didaktische Hintergründe**

Geometrie betreiben bedeutet mehr als das Berechnen von Streckenlängen, Flächeninhalten und Volumina, vielmehr soll Geometrie eine Orientierungshilfe im Anschauungsraum bieten. Darüber hinaus muss sie die Möglichkeit der Beurteilung realer und authentischer Situationen durch Modellierung einschließen. Durch Begründen, Erklären und lokales Ordnen wird der Charakter der Mathematik als deduktives System demonstriert. Begründen hat in diesem Zusammenhang auch das Ziel, die Argumentationsbasis zu klären. Nicht zuletzt ist die Auseinandersetzung mit geometrischen Inhalten auch als ein wertvoller Bestandteil in der Vorbereitung beruflicher Anforderungen in vielen Ausbildungsberufen zu sehen.

Aus den hier genannten Gründen stehen in diesem Themenfeld neben der Berechnung von Flächeninhalten oder Volumina in den Kompetenzschwerpunkten immer wieder Begründungen und Interpretationen im Fokus. Das Begreifen und Verstehen räumlicher Phänomene wird hierdurch vertieft. Die Begriffsbildung wird insbesondere durch Erklären und Begründen gefördert und soll dazu dienen, geometrische und alltägliche Begriffe gegebenenfalls differenzierend zu verknüpfen und mathematisch zu vernetzen.

Geometrie betreiben bedeutet auch die Nutzung von Formeln und die Beherrschung einer umfangreichen Formelsammlung. Der funktionale Charakter von (Formel-)Gleichungen soll immer wieder eine Rolle spielen, um damit konkret funktionale Zusammenhänge zu diskutieren bzw. immanent zu wiederholen. Das Verknüpfen von Geometrie und Algebra soll sowohl im sicheren Umformen von Formeln als auch im Erklären und Begründen einzelner Schritte zur Berechnung von Größen zur Geltung kommen.

Der Gebrauch geometrischer Sätze ist stets unter einem pragmatischen Aspekt zu sehen: Es kann derjenige Satz genutzt werden, der subjektiv bei einem Problem bei einem kleinstmöglichen Aufwand das bestmögliche Ergebnis liefert. Typische Fehler beim Umgang mit geometrischen Sätzen sollen in jedem Falle thematisiert werden und so Fehlvorstellungen kritisch zu reflektieren und Schülerfehlern vorzubeugen.

Die Ähnlichkeit ist als Weiterführung des roten Fadens ‚Verhältnisse‘ aus den vorangehenden Klassenstufen zu betrachten.

**Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

Um eine Kohärenz mit dem G-Kurs zu gewährleisten, sollten sowohl die Sätze am rechtwinkligen Dreieck (Kathetensatz, Höhensatz und insbesondere der Satz des Pythagoras einschließlich seiner Umkehrung) als auch die Berechnung von Spitzkörpern und Kugel bereits in der Klassenstufe 9 behandelt werden. Die Stereometrie wird anlässlich trigonometrischer Überlegungen in der Klassenstufe 10 wieder aufgegriffen.

Im Themengebiet Trigonometrie ist ein zeitlicher Abstand der reinen Beschreibung der Festlegung des Sinus, Kosinus und Tangens als Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck vor der anwendungsorientierten Nutzung des Sinus- und des Kosinussatzes in allgemeinen Dreiecken ratsam, um somit einen kumulativen Kompetenzaufbau zu fördern.

**Werkzeuge**

Die Nutzung eines DGS und/oder einer Tabellenkalkulation zur Sichtbarmachung funktionaler Zusammenhänge ist obligatorisch.

**Unterschiede zwischen E-Kurs und A-Kurs**

*Im A-Kurs wird über die inhaltliche Erweiterung auf prototypische nicht-quadratische Pyramiden und den Satz von Cavalieri hinausgehend vertieften Wert auf die funktionalen Aspekte innerhalb einzelner Formeln und die Zusammenhänge zwischen einzelnen Formeln gelegt werden. So können zum Beispiel das Verhältnis von Volumen und Oberflächeninhalt bei einzelnen Körpern einer genaueren Untersuchung unterzogen werden. Auch besondere Eigenschaften der Kugel können in diesem Zusammenhang thematisiert werden.*

Themenfeld Geometrie		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifizieren einander ähnliche Figuren (K4)</li> <li>• leiten aus der Ähnlichkeit von Figuren Verhältnisgleichungen her, sowohl innerhalb von Figuren als auch zwischen Figuren (K2)</li> <li>• beschreiben die Ähnlichkeit für geometrisch Körper (K6)</li> <li>• erkennen rechtwinklige Dreiecke in geometrischen Figuren und Körpern (K4)</li> <li>• verwenden die Begriffe Hypotenuse, Kathete und Hypotenusenabschnitt sachgerecht (K5)</li> <li>• begründen Höhen- und Kathetensatz mit der Ähnlichkeit (K1)</li> <li>• nutzen den Höhen- und den Kathetensatz zur Berechnung von Seitenlängen in Dreiecken (K5)</li> <li>• erläutern den Satz des Pythagoras und seine Umkehrung (K6)</li> <li>• geben unterschiedliche Begründungen für den Satz des Pythagoras über geeignete Zeichnungen</li> <li>• nutzen den Satz des Pythagoras zur Berechnung unbekannter Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken (K5)</li> <li>• nutzen die Umkehrung des Satzes des Pythagoras zum Nachweis der Rechtwinkligkeit von Dreiecken (K2)</li> <li>• fertigen Skizzen an, die die Verwendung der einzelnen Sätze unterstützen (K5)</li> <li>• berechnen den Abstand von Punkten im kartesischen Koordinatensystem (K5)</li> <li>• bearbeiten Anwendungs- und Modellierungsaufgaben (K3)</li> <li>• stellen Formeln kontextspezifisch um (K2)</li> </ul>	<p><b>Geometrische Beziehungen und Sätze</b></p> <p>Ähnlichkeit</p> <p>Satzgruppe des Pythagoras</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Höhensatz</li> <li>• Kathetensatz</li> <li>• Satz des Pythagoras</li> </ul>	



Themenfeld Geometrie		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>A-Kurs</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Kathetensatz, Höhensatz, der Ähnlichkeit und des Satzes des Pythagoras her (K1)</li> <li>• wandeln ein Rechteck mit Zirkel und Lineal mithilfe des Satzes des Thales und des Kathetensatzes in ein Quadrat gleichen Flächeninhalts um (K2)</li> <li>• konstruieren Strecken mit einer Quadratwurzel als Maßzahl (K1)</li> <li>• finden systematisch pythagoreische Zahlentripel der Form <math>b = c - 1</math> (K2)</li> </ul>		
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Ähnlichkeit fußt auf dem grundlegenden Konzept der Verhältnissbildung.</li> <li>- Die Strahlensätze müssen nicht explizit thematisiert werden.</li> <li>- Das Erkennen rechtwinkliger Dreiecke vor allem in kontextverankerten Schrägbildern ist eine wichtige Vorbereitung für die Berechnungen in der Stereometrie.</li> <li>- Mithilfe des Zerschneidens eines Dreiecks kann ein Ähnlichkeitsbeweis und ein Zerlegungsbeweis des Satzes des Pythagoras erklärt werden.</li> </ul>		

Themenfeld Geometrie		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen die Begriffe Durchmesser, Radius, Umfang, Kreislinie, Kreisbogen, Kreisring, Kreissektor und Sektorenwinkel sachgerecht (K6)</li> <li>• erkennen kreisähnliche und kreisteilähnliche Objekte in der Umwelt und modellieren diese mithilfe des Kreises und Kreisteilen (K3)</li> <li>• berechnen Flächeninhalte von Kreisringen und -sektoren (K5)</li> <li>• berechnen Bogenlängen bei gegebenen Sektorenwinkeln (K5)</li> <li>• stellen Formeln zur Berechnung fehlender Größen um (K5)</li> </ul>	<p><b>Kreis und Kreisteile</b></p> <p>Bogenlänge</p> <p>Kreissektoren und Kreisringe</p>	
<p><i>A-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>berechnen Flächen von Kreissegmenten (K5)</i></li> </ul>	<p><i>Kreissegmente</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fakultativ kann man den Zusammenhang von Bahn- und Winkelgeschwindigkeit thematisieren.</li> <li>- Dieser Lernabschnitt dient auch der Vorbereitung der Behandlung des Kegels.</li> </ul>		

Themenfeld Geometrie		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden die Begriffe Ecke, Seitenhöhe, Grundkante, Grundfläche, Seitenkante, Seitenfläche, Mantel, Mantellinie, Volumen und Oberfläche sowie Körperhöhe (K6)</li> <li>• benennen und klassifizieren geometrische Körper (K6)</li> <li>• modellieren Gegenstände aus ihrer Umwelt mithilfe geometrischer Körper (K3)</li> <li>• erläutern, aus welchen Körpern ein zusammengesetzter Körper gebildet wurde (K6)</li> <li>• zeichnen Netze und Schrägbilder geometrischer Körper (K4)</li> <li>• identifizieren geometrische Körper anhand von Abbildungen (K4)</li> <li>• erstellen Grundrisse, Seitenansichten und Draufsichten von Würfelgebäuden (K4)</li> <li>• erläutern an einem Beispiel, dass Seitenansicht, Draufsicht, Grundriss zu unterschiedlichen Körpern gehören können (K1)</li> <li>• messen und entnehmen in gezeichneten Körpern notwendige Größen (K5)</li> <li>• messen und entnehmen realen Körpern notwendige Größen (K5)</li> <li>• berechnen den Mantelflächeninhalt, den Oberflächeninhalt und das Volumen geometrischer Körper (K5)</li> <li>• berechnen fehlende Größen geometrischer Körper, auch bei gegebenem Volumen oder gegebener Oberfläche (K5)</li> <li>• berechnen Oberflächeninhalt und Volumen zusammengesetzter Körper (K2)</li> <li>• berechnen fehlende Seiten, Winkel, Kanten in geometrischen Körpern mithilfe geometrischer Beziehungen oder Sätze (K5)</li> <li>• begründen die Nicht-Additivität des Oberflächeninhalts zusammengesetzter Körper (K1)</li> <li>• skizzieren Füllgraphen zu zusammengesetzten Körpern (K4)</li> </ul>	<p><b>Geometrische Körper</b></p> <p>Eigenschaften, Oberflächeninhalt und Volumen folgender Körper oder deren Teilkörper</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prisma (Wdh.)</li> <li>• Zylinder (Wdh.)</li> <li>• quadratische Pyramide</li> <li>• Kegel</li> <li>• Kugel</li> <li>• aus den oben genannten zusammengesetzte Körpern</li> </ul> <p>Schrägbilder (Kavalierprojektion, Isometrie)</p> <p>Netze von geometrischen Körpern</p>	

Themenfeld Geometrie		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben die Besonderheiten der Kugel als Körper mit nicht in die Ebene abwickelbarer Oberfläche (K6)</li> <li>• bearbeiten Anwendungs- und Modellierungsaufgaben (K3)</li> </ul>		
<p><i>A-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>beschreiben bei geometrischen Körpern funktionale Zusammenhänge verschiedener Größen (K1)</i></li> <li>• <i>erklären den Satz des Cavalieri (K1)</i></li> <li>• <i>berechnen Oberflächeninhalt und Volumen gerader regelmäßiger Pyramiden (K5)</i></li> <li>• <i>berechnen den Flächeninhalt von zur Grundfläche parallelen Schnittflächen bei Pyramide und Kegel (K2)</i></li> <li>• <i>beschreiben die Besonderheit der Kugel als Körper mit optimalem Verhältnis zwischen Oberfläche und Volumen (K1)</i></li> <li>• <i>leiten das Kugelvolumen auf der Basis des cavalierischen Prinzips aus dem Verhältnis zwischen Halbkugel, Kegel und Zylinder mit gleicher Grundfläche her (K1)</i></li> </ul>	<p><i>Satz von Cavalieri</i></p> <p><i>gerade Pyramiden mit Dreiecken, Rechtecken und regelmäßigen Vielecken als Grundfläche</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Nutzung von DGS zur Simulation von Abwicklungen kann hilfreich sein. Im Internet finden sich große Mengen fertiger Apps.</li> <li>- Echtes ‚Messen‘ an Kanten und Winkeln von Körpern macht den Körper erfahrbar.</li> <li>- Herleitungen sind kein Selbstzweck, sondern sollen sinnstiftend eingesetzt werden.</li> <li>- Die isometrische Projektion wird mit jeweils 30° nach beiden Seiten unverkürzt gezeichnet. Sie spielt bei der Darstellung von Zylinder und Kegel eine Rolle.</li> </ul>		

Themenfeld Geometrie		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden Sinus, Kosinus und Tangens als Seitenverhältnisse (K1)</li> <li>• verwenden die Bezeichnungen Hypotenuse, Ankathete und Gegenkathete situationsgerecht (K6)</li> <li>• identifizieren Verhältnisgleichheit von Seitenpaaren als Gemeinsamkeit zueinander ähnlicher Dreiecke (K1)</li> <li>• erkennen und interpretieren Zusammenhänge zwischen Winkelmaß und Sinus, Kosinus bzw. Tangens des Winkels (K1)</li> <li>• berechnen mit dem Taschenrechner Sinus, Kosinus und Tangens von Winkelmaßen (K5)</li> <li>• berechnen mit dem Taschenrechner Winkelmaße aus gegebenen Sinus-, Kosinus- und Tangenswerten (K5)</li> <li>• bestimmen ohne WTR besondere Sinus- bzw. Kosinuswerte und geben die entsprechenden Werte für besondere Winkel an (<math>0^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>, <math>90^\circ</math>) (K2)</li> <li>• berechnen fehlende Seiten oder Winkel in Dreiecken mithilfe des Sinus, Kosinus oder Tangens, auch mehrschrittig (K5)</li> <li>• berechnen fehlende Seiten, Winkel, Kanten in geometrischen Körpern mithilfe geometrischer Beziehungen oder Sätze (K5)</li> <li>• modellieren Sachsituationen aus der Umwelt zur Berechnung (K3)</li> <li>• zerlegen Figuren in geeignete rechtwinklige Dreiecke, um sie einer Berechnung zugänglich zu machen (K4)</li> <li>• fertigen Skizzen zur Lösung von Aufgaben an (K2)</li> <li>• erklären den Zusammenhang zwischen Steigung und Steigungswinkel (<math>m = \tan \alpha</math>) (K1/K4)</li> <li>• nutzen den Einheitskreis zur Begründung von Sinus-, Kosinus- und Tangenswerten (K1)</li> <li>• erweitern die Definition von Sinus, Kosinus und Tangens am Einheitskreis auf Winkel <math>\geq 90^\circ</math> (K1)</li> </ul>	<p><b>Trigonometrie</b></p> <p>Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck</p>	

Themenfeld Geometrie		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p><i>A-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>erläutern Zusammenhänge zwischen Kosinus, Sinus und Tangens am Einheitskreis (K5)</i></li> <li>• <i>begründen mithilfe des Einheitskreises, dass <math>\sin^2 + \cos^2 = 1</math> (K1)</i></li> </ul>		
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Verknüpfungen zum Themenfeld ‚Funktionen‘ sollen genutzt werden.</li> <li>- Die spiralcurriculare Bedeutung des Themas Steigung soll im Hinblick auf die Oberstufe deutlich gemacht werden. Dabei ist der Bedeutung negativer Tangenswerte Beachtung zu schenken.</li> <li>- Die Betrachtung der Sehnenlänge in Abhängigkeit von der zugehörigen Bogenlänge führt zu einem sinusförmigen funktionalen Zusammenhang</li> </ul>		

Themenfeld Geometrie		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern die Herleitung des Sinussatzes und des Kosinussatzes (K6)</li> <li>• geben den Sinussatz und den Kosinussatz sowie deren Einsatzoptionen (SSS und SWS beim Kosinussatz) verbal wieder (K6)</li> <li>• modellieren Realsituationen zur Anwendung des Sinus- und des Kosinussatzes (K3)</li> <li>• fertigen Skizzen als Grundlage zur Nutzung des Sinus- und des Kosinussatzes an (K2)</li> <li>• nutzen den Sinus- und den Kosinussatz sachgerecht zur Berechnung fehlender Größen in beliebigen Dreiecken (K5)</li> <li>• berechnen fehlende Seiten, Winkel, Kanten in geometrischen Körpern mithilfe geometrischer Beziehungen oder Sätze (K5)</li> <li>• lösen Anwendungs- und Modellierungsaufgaben (K3)</li> <li>• wenden nutzbringend geometrische Sätze für die Lösung von Sachproblemen an (K2)</li> </ul>	<p><b>Trigonometrische Sätze</b></p> <p>Sinussatz</p> <p>Kosinussatz</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Besonderheiten und Sonderfälle der Sätze werden thematisiert, z. B. das Identifizieren des Satzes des Pythagoras als Spezialfall des Kosinussatzes. (K1)</li> <li>- Verbale Beschreibungen geometrischer Sätze sind neben den formalen Beschreibungen von wesentlicher Bedeutung für das Verständnis.</li> <li>- Am Beispiel des Kosinussatzes können typische algebraische Umformungsfehler thematisiert werden.</li> </ul>		

**Hinweise****Methodische Hinweise**

- Faltfiguren und Körpermodelle stützen die Erfahrung im Anschauungsraum.
- An der Anwendung trigonometrischer Sätze lassen sich gut heuristische Vorgehensweisen einüben und reflektieren.
- GeoGebra kann in der 3D-Version Volumen und Oberflächeninhalt einzelner Körper anzeigen.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Klassenstufe 5/6: *Geometrie* - Quader und Würfel, Winkel und Winkelmaß
- Klassenstufe 5/6: *Grundvorstellung von Brüchen* - Verhältnisse
- Klassenstufe 7/8: *Geometrie* – Stereometrie, Flächenberechnung
- Klassenstufe 7/8: *Terme und Gleichungen*
- Klassenstufe 7/8: *Funktionen* - Steigung
- Klassenstufe 9/10: *Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen* - Sinusfunktion

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- Die Winkelgeschwindigkeit ist eines von vielen Konzepten, die sich sowohl in der Mathematik als auch in der Physik thematisieren lassen. Im Bereich der Mechanik finden sich zahlreiche Anwendungen der Trigonometrie. Durch das Zeichnen von Körpern ergeben sich Anknüpfungspunkte zur Bildenden Kunst oder Arbeitslehre.



**Einordnung des Themenfeldes**

Bereits in den Klassenstufen 5/6 lernen die Schülerinnen und Schüler die beschreibende Statistik mithilfe verschiedener Diagrammtypen kennen. Darüber hinaus werden selbstständig durchgeführter einfacher Datenerhebungen ausgewertet und diskutiert. In den Klassenstufen 7/8 wird dies vertieft und um theoretische Grundlagen und Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergänzt. Dazu zählt die Modellierung zufälliger Prozesse mithilfe einfacher Zählverfahren und der Darstellung mehrstufiger Zufallsexperimente durch Baumdiagramme.

In den Klassenstufe 9/10 wird das Wissen der vorangegangenen Jahrgänge reaktiviert und um verschiedene Aspekte erweitert: In der beschreibenden Statistik rückt die Betrachtung unterschiedlicher Verteilungen von Daten in den Vordergrund, die mithilfe statistischer Kenngrößen wie arithmetisches Mittel, Median, Spannweite und Quartil untersucht werden.

In der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird im Rahmen der systematischen Untersuchung mehrstufiger Zufallsexperimente das Baumdiagramm sowohl als Modell zum Zählen von Möglichkeiten und Anzahlen, als auch zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten genutzt. Eine Ergänzung erfolgt durch die Vierfeldertafel.

Die Fragestellungen werden in diesen Klassenstufen komplexer, die rezeptiv-kommunikative Fähigkeit der Lernenden, insbesondere bei der Beschreibung von Situationen, ist stärker gefordert.

**Didaktische Hintergründe**

Während in den unteren Klassenstufen zunächst beobachtet wird, dass sich Häufigkeitsverteilungen nach dem empirischen Gesetz der großen Zahlen um einen Schätzwert allmählich stabilisieren, liegt der Schwerpunkt in den Klassenstufen 9/10 darauf, Häufigkeits- und Wahrscheinlichkeitsverteilungen systematisch unter dem Aspekt des Phänomens Streuung zu untersuchen. Dabei wird als Teil der Allgemeinbildung der reflektierte Umgang mit Daten weiter geschult; insofern liegt ein Schwerpunkt dieses Themenfeldes im Bereich Argumentieren und Kommunizieren.

Im Bereich der Wahrscheinlichkeitstheorie steht das Modellieren komplexer authentischer Situationen im Vordergrund: Hierbei geht es darum, aus den bekannten Methoden zur Bestimmung und Berechnung von Wahrscheinlichkeiten kontextabhängig auszuwählen und mathematische Vokabeln und Schreibweisen einzuüben. Insbesondere im Zusammenhang mit der propädeutischen Betrachtung bedingter Wahrscheinlichkeiten einschließlich der Vierfeldertafel sollte eine vertiefte Auseinandersetzung mit (falschen) stochastischen Intuitionen stattfinden. Eine begriffliche Vertiefung der bedingten Wahrscheinlichkeit erfolgt nur im A-Kurs.

Bei der Beschäftigung mit Wahrscheinlichkeiten ist darauf zu achten, dass die Arbeit mit konkreten Beispielen dominiert und kombinatorische Zählverfahren und Formalisierungen nur als (hilfreiches) Mittel zum Zweck auftauchen. Darüber hinaus ist der Unterschied zwischen theoretisch berechenbaren Laplacewahrscheinlichkeiten (wie beim Würfeln mit ungezinkten Würfeln) und Wahrscheinlichkeiten, die durch Versuche näherungsweise erfasst werden (wie das Werfen von Kronkorken), herauszustellen. Eine Zwischenstufe nimmt das Simulieren ein.

In der Fortsetzung vergangener Klassenstufen sollen Begriffe der Wahrscheinlichkeit und entsprechende Situationen, die in der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler eine Rolle spielen immer wieder thematisiert werden.

**Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

Die vorgeschlagenen Lernabschnitte orientieren sich an den aufeinander aufbauenden Phasen einer statistischen Untersuchung: Die erste Phase „Daten erfassen und strukturieren“ besteht in der Übertragung einer realen Situation in ein mathematisches Modell; der zweite Lernabschnitt „Daten auswerten und interpretieren“ erfordert insbesondere die Verwendung von (statistischen) Darstellungen und den Umgang mit statistischen Kennwerten und unterschiedlichen Diagrammartent.

Im Lernabschnitt „Wahrscheinlichkeiten“ werden sowohl Aussagen über Wahrscheinlichkeiten im Zusammenhang mit Datenerhebungen getroffen, als auch Wahrscheinlichkeitsverteilungen ermittelt.

Die verschiedenen Phasen können einzeln und unabhängig voneinander behandelt werden, sollten jedoch in der Abfolge nicht verändert werden.

### **Werkzeuge**

Eine Tabellenkalkulation oder spezielle Stochastik-Software wird zur Erstellung von Diagrammen genutzt. Auch Simulationen stochastischer Situationen (auch mehrstufiger Zufallsexperimente) lassen mit einer solchen Software durchführen. Der Einsatz des Computers ersetzt nicht verständnisfördernde händische Simulationen.

### **Unterschiede zwischen E-Kurs und A-Kurs**

*Im A-Kurs wird, mit Blick auf die Oberstufe, ein Fokus auf formale Darstellungen und Symbol-schreibweisen gelegt, wobei auch hier mathematische Begriffe und Vokabeln kein Selbstzweck sind. Inhaltlich können in der beschreibenden Statistik die Kenngrößen um Perzentile erweitert werden, die u. a. in der Medizinstatistik Verwendung finden. Auf der Grundlage von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln wird die bedingte Wahrscheinlichkeit eingeführt, wobei hier möglichst elementare Lösungsmöglichkeiten Verwendung finden. Darüber hinaus wird die stochastische Unabhängigkeit bzw. Abhängigkeit von Ereignissen untersucht.*

*Mehrstufige Zufallsexperimente leisten einen Beitrag zur Vorbereitung auf Bernoulli-Ketten.*

Themenfeld Wahrscheinlichkeit und Statistik		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• modellieren und strukturieren Situationen zur Durchführung statistischer Erhebungen (K3)</li> <li>• planen Datenerhebungen und führen sie durch (K2/K6)</li> <li>• begründen die Notwendigkeit und die Auswahl von Stichproben (K1)</li> <li>• strukturieren Datenmengen, indem sie sie anordnen (K4/K5)</li> <li>• bestimmen absolute und relative Häufigkeiten (K5)</li> <li>• nutzen absolute und relative Häufigkeiten situationsangemessen (K2)</li> <li>• ermitteln aus Datenmengen statistische Kennwerte (K5)</li> <li>• erläutern die unterschiedliche Aussagekraft von Median und arithmetischem Mittel (K1)</li> <li>• beschreiben die Verteilung von Daten mithilfe der Kennwerte (K1)</li> <li>• beschreiben verschiedene Arten der Verteilung von Daten. (K6)</li> </ul>	<p><b>Daten erfassen und strukturieren</b></p> <p>Datenerhebungen</p> <p>absolute und relative Häufigkeit</p> <p>Statistische Kennwerte:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Minimum, Maximum, Spannweite, Median, Quartile</li> <li>• arithmetisches Mittel (Wdh.)</li> </ul>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Bei der Konzeption von Umfragen spielt die Auswahl der zu untersuchenden Merkmale eine zentrale Rolle. Eine Unterscheidung nach Skalenniveaus kann im Unterricht ohne Verwendung der mathematischen Begriffe am Beispiel erläutert werden.</li> <li>- Der Begriff „repräsentative Stichprobe“ kann an der Zusammensetzung der Schulgemeinschaft diskutiert werden</li> <li>- Perzentile dienen dazu, zu veranschaulichen, wo die Körpergröße eines Kindes im Vergleich zu einer repräsentativen Bezugsgruppe liegt. (Wachstumskurven)</li> <li>- Perzentile können als allgemeiner Fall der Quartile vorgestellt werden.</li> </ul>		

Themenfeld Wahrscheinlichkeit und Statistik		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen unterschiedliche Methoden, Daten zu visualisieren, und stellen diese Methoden einander gegenüber (K4)</li> <li>• fertigen zu Daten geeignete Skalen an (K4)</li> <li>• erstellen mithilfe einer Tabellenkalkulation unterschiedliche Diagramme (K5)</li> <li>• entnehmen Werte aus Diagrammen (K4)</li> <li>• beurteilen Aussagen zu gegebenen Diagrammen (K1)</li> <li>• nutzen Daten und deren Kennwerte, um Diagramme zu erstellen (K5)</li> <li>• formulieren kontextbezogen Aussagen zu statistischen Kennwerten bzw. Diagrammen (K1/K6)</li> <li>• beurteilen Daten unter Verwendung von Kennwerten (K1)</li> <li>• analysieren mithilfe der Kennwerte statistische Verteilungen (K1)</li> <li>• identifizieren und beschreiben Fehler und bewusste Manipulationen in Datenerhebungen und ihren Darstellungen (K1/K3)</li> </ul>	<p><b>Daten auswerten und interpretieren</b></p> <p>Visualisierung von Daten</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diagramme, mit denen man absolute Häufigkeiten darstellen kann (z. B. Säulendiagramm, Balkendiagramm)</li> <li>• Diagramme, mit denen man relative Häufigkeiten darstellen kann (z. B. Kreisdiagramm, Streifendiagramm)</li> <li>• Diagramme, mit denen man Verläufe darstellen kann (z. B. Liniendiagramm)</li> <li>• Diagramme, mit denen man die Verteilung von Daten darstellen (z. B. Boxplot)</li> </ul>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Die Betrachtung von Diagrammen kann um moderne Diagrammartentypen wie Heatmaps, Infografiken etc. erweitert werden.</li> <li>– Mögliche Verteilungsformen sind z. B. Gleichverteilungen (Endziffern bei Telefonnummern) eingipflig symmetrische (Augensumme beim Würfeln, Schuhgröße bei Frauen, etc.) oder schiefe Verteilungen (Taschengeld, Anzahl Geschwister, etc.)</li> <li>– Perzentildiagramme sind Verallgemeinerungen von Boxplots.</li> </ul>		

Themenfeld Wahrscheinlichkeit und Statistik		Mathematik 9/10 E/A
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• führen Zufallsexperimente durch und dokumentieren die Ergebnisse (K6)</li> <li>• modellieren Situationen, auch als zweistufige Zufallsexperimente (K3)</li> <li>• verwenden Software, auch um zweistufige Zufallsexperimente zu simulieren (K5)</li> <li>• strukturieren Zufallsexperimente, indem sie passende Ergebnis- und Ereignismengen sowohl verbal beschreiben als auch in Mengenschreibweise darstellen. (K5)</li> <li>• strukturieren zweistufige Situationen mit Hilfe von Baumdiagrammen (K4)</li> <li>• strukturieren zweistufige Situationen mithilfe einer Vierfeldertafeln (K4)</li> <li>• verwenden natürliche (zu erwartende) Häufigkeiten (K5)</li> <li>• bestimmen Wahrscheinlichkeiten von einfachen und zusammengesetzten Ereignissen mit Baumdiagrammen (K3)</li> <li>• erkennen Und/Oder-Ereignisse und grenzen sie gegeneinander ab (K1)</li> <li>• nutzen Wahrscheinlichkeiten zur Einschätzung von Chancen und Risiken (K1)</li> <li>• nutzen allgemeine Zählprinzipien zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten. (K3)</li> </ul>	<p><b>Zweistufige Zufallsexperimente</b></p> <p>Zählprinzipien</p>	
<p><i>A-Kurs:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Nutzen die Vier-Felder-Tafel und umgekehrte Baumdiagramme zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten (K4)</i></li> <li>• <i>Unterscheiden stochastisch unabhängige und abhängige Ereignisse (K1)</i></li> <li>• <i>Beantworten mit Hilfe von „Teilbäumen“ Fragen zu mehrstufigen Zufallsexperimenten (K4)</i></li> </ul>	<p><i>Bedingte Wahrscheinlichkeit</i></p> <p><i>Abhängigkeit und Unabhängigkeit zweier Ereignisse</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Mehrstufige Zufallsexperimente können optional thematisiert werden.</li> <li>– Bei den Zählprinzipien soll keine Formel-Kombinatorik betrieben werden, sondern mithilfe von Regelmäßigkeiten oder Mustern auf die Anzahl von Elementen geschlossen werden.</li> <li>– Vielen Schülern fällt der Umgang mit absoluten Häufigkeiten leichter als mit relativen - daher ist es insbesondere bei der Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten hilfreich, sowohl in Baumdiagrammen als auch in Vier-Felder-Tafeln konkrete Anzahlen (insbesondere natürliche Häufigkeiten) zu verwenden.</li> <li>– Die bedingte Wahrscheinlichkeit kann ohne Formel als Anteil der relevanten (Teil-)Mengen erarbeitet werden. Venn-Diagramme können hierzu eine wichtige methodische Hilfe bieten.</li> <li>– Die Symbolik für die bedingte Wahrscheinlichkeit soll im A-Kurs erarbeitet werden.</li> </ul>		

**Hinweise****Methodische Hinweise**

- Die Behandlung der formalen Aspekte (z. B. Mengenschreibweise für  $\Omega$  und für Ereignisse) sollte auf den erforderlichen Umfang beschränkt bleiben. Eine stärker formalisierte Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs bleibt einer Behandlung der Stochastik in der Oberstufe vorbehalten.
- Der Umgang mit natürlichen Häufigkeiten als Schätzwerte für absolute Häufigkeiten in passenden Situationen unterstützt ein umfassendes Verständnis in die Stochastik.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Klassenstufen 5/6: *Zufall und Statistik* - Datenerhebungen, Diagramme, einfache Zufallsexperimente, Laplace-Wahrscheinlichkeit
- Klassenstufen 7/8: *Zufall und Statistik* - Datenanalyse, zweistufige Zufallsexperimente, Baumdiagramme
- Oberstufe: Hauptphase 1 und Hauptphase 2: *Modellieren von Zufallsexperimenten, Testen von Hypothesen*

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- Der Fächerverbund GW bietet reichlich Anlässe, statistische Erhebungen zu untersuchen. Viele Kompetenzen im Lernabschnitt „Daten auswerten und interpretieren“ sind in ähnlicher Form im Kernlehrplan des Faches Deutsch für die Gemeinschaftsschule zu finden, wie zum Beispiel die „Stellungnahme zu Sachthemen“ (KLP Deutsch Saarland Gemeinschaftsschule, 2012, Seite 20). Hier verspricht eine Zusammenarbeit positive Effekte sowie die Möglichkeit, Redundanzen gezielt zu nutzen.