

Lehrplan

Mathematik

Gemeinschaftsschule

Klassenstufen 7 und 8

G- und E-Kurs

2017

Themenfelder Klassenstufen 7 und 8 G- und E-Kurs

Themenfelder Klassenstufen 7 und 8 G-/ E-Kurs	Mathematik
Themenfeld: Rationale Zahlen	
Themenfeld: Zuordnungen und Funktionen	
Themenfeld: Prozente	
Themenfeld: Terme und Gleichungen	
Themenfeld: Geometrie	
Themenfeld: Daten und Zufall	

Einordnung des Themenfeldes

Rationale Zahlen bilden eine wichtige Voraussetzung für den Zugang zu zahlreichen alltäglichen Kontexten und Situationen. Innermathematisch werden sie benötigt, um Operationen ausführen zu können, die in den natürlichen Zahlen nicht uneingeschränkt möglich sind. Durch die rationalen Zahlen werden die kardinalen und ordinalen Zahlvorstellungen erweitert und Zahlenmengen auch mengentheoretisch betrachtet. Der zunehmend abstrakte Zahlbegriff mündet am Ende der Sekundarstufe I in die reellen Zahlen.

In den Klassenstufen 5 und 6 findet bereits auf einer anschaulichen Basis gemäß den Grundvorstellungen ein Umgang mit einfachen negativen ganzen Zahlen und einfachen Bruchzahlen innerhalb vorgegebener Bruchfamilien statt - zum Teil schon mit einfachen Rechnungen. Mit der Addition und der Subtraktion von Brüchen sowie Dezimalbrüchen wird in den Klassenstufen 5 und 6 bereits begonnen.

In den Klassenstufen 7 und 8 erfolgt erstmals ein systematischer Blick auf die Zahlbereiche. Dieser geschieht über den Transfer der Recheneigenschaften (Kommutativität, Assoziativität, Distributivität, neutrale Elemente) auf die neuen Zahlen und wird unterstützt durch ein stetes Wiederaufgreifen der schon bestehenden Grundvorstellungen. Initiativ für die Erweiterung in neue Zahlbereiche ist der Blick auf die eingeschränkte Durchführbarkeit von Division bzw. Subtraktion die die jeweils inversen Elemente benötigt.

Mit der Einführung der rationalen Zahlen wird die jeweilige Äquivalenz zwischen der Multiplikation mit einem Stammbruch und der Division bzw. zwischen der Addition einer negativen Zahl und der Subtraktion deutlich.

Didaktische Hintergründe

Rechnen mit rationalen Zahlen ist kein Selbstzweck, sondern folgt Notwendigkeiten, die durch Kontexte, auch innermathematische, vorgegeben sind. Da die in diesem Themenfeld zu erwerbenden Kompetenzen und Fertigkeiten in vielen anderen Bereichen notwendig sind, sollte immer wieder, mit kleinen Übungssequenzen über die beiden Schuljahre hinweg, daran angeknüpft werden.

Im Lehrplan steht Bruch für eine mit (ganzzahligem, zunächst natürlichem) Zähler und (natürlichem) Nenner geschriebene Zahl. Bruchzahl erfasst einerseits eine Klasse gleichwertiger Brüche sowie andererseits die entsprechende Dezimalbruchdarstellung. Ein Dezimalbruch ist ein Bruch in Dezimaldarstellung, der abbrechend (endlich) oder periodisch sein kann.

Die Grundvorstellungen von Brüchen sollten zunächst, unter anderem im Hinblick auf die Prozentrechnung, entsprechend aufbereitet werden.

Die negativen Zahlen werden in Alltagskontexten und an der Zahlengeraden repräsentiert. Zum Erschließen der Rechenregeln mit ganzen Zahlen empfehlen sich Permanenzreihen, die Bezugnahme auf Alltagskontexte sowie das Pfeilmmodell.

Insgesamt sollte Wert daraufgelegt werden, dass nicht stereotype Übungssequenzen im Vordergrund stehen, sondern ein intelligentes und produktives Üben, welches das Verstehen des Vorgangs in den Vordergrund stellt.

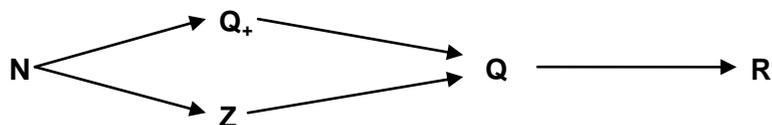
Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte

Der Schwerpunkt dieses Themenfeldes liegt in Klassenstufe 7.

Im ersten Lernabschnitt Rationale Zahlen I werden die Grundvorstellungen aus den vorangegangenen Klassenstufen aufgegriffen, systematisiert und Übergänge zwischen alten und neuen Vorstellungen thematisiert.

In den folgenden vier Lernabschnitten (Addition und Subtraktion von Brüchen, Multiplikation und Division von Brüchen, Addition und Subtraktion von ganzen Zahlen und Multiplikation und Division ganzer Zahlen) werden die jeweiligen Rechenregeln erarbeitet und eingeübt.

Die Reihenfolge dieser vier Lernabschnitte ist nicht obligatorisch, d. h. sie können im Sinne des nachstehenden Schemas sinnvoll verteilt und kombiniert werden; allerdings ist im Sinne einer Durchlässigkeit darauf zu achten, dass die Lernabschnitte in G-Kurs und E-Kurs zeitlich parallel unterrichtet werden.



Der letzte Lernabschnitt Rationale Zahlen II hat die Verknüpfung sowohl der Rechenarten als auch der Zahlbereiche zum Thema. Zahlen und Rechnungen des gesamten Zahlbereichs tauchen hier sowohl innermathematisch gemischt in Termen und Gleichungen als auch in Anwendungs- und Modellierungsaufgaben auf.

Werkzeuge

Die Nutzung eines WTR⁴ ist in diesem Themenfeld sinnvoll, vorzugsweise zum Überprüfen eigener Rechnungen und zum Kennenlernen der Eingabemöglichkeiten von Brüchen oder negativen Zahlen und längeren Rechentermen.

Unterschiede zwischen G-Kurs und E-Kurs

Im G-Kurs steht die Anlehnung an Alltagskontexte mit einer hierdurch bedingten Auswahl der verwendeten Zahlen im Vordergrund. Der Umgang mit Brüchen wird auf einfache Bruchfamilien beschränkt, mit denen die Schüler konkrete Vorstellungen verbinden können.

Das Anwenden der Rechenregeln ist im G-Kurs in besonderem Maße immer wieder an anschauliche Beispiele und unterschiedliche Darstellungsarten zu knüpfen. Beim Rechnen mit ganzen Zahlen sollte in erster Linie die verkürzte Schreibweise (Verzicht auf das positive Vorzeichen) genutzt werden.

Im E-Kurs rückt der Anlass der Erweiterung der Zahlenmenge in den Vordergrund. Darüber hinaus sind die Rechnungen komplexer und auch innermathematische Begründungen von Rechenschritten werden eingefordert. Hier wird die effiziente Nutzung einzelner Darstellungsarten, wie Bruch- oder Dezimalbruchdarstellung, sowie der Nutzen der „neuen“ Rechenregeln als Grundlage für künftige algebraische Operationen thematisiert.

Im E-Kurs kann die Frage nach dem Auftreten und der Länge von Perioden und Vorperioden aufgegriffen werden. Dies ist sogleich ein gutes Übungsfeld, um die Primfaktorzerlegung und den händischen Divisionsalgorithmus zu wiederholen.

⁴ **Abkürzungen:** WTR – Wissenschaftlicher Taschenrechner gemäß den Kriterien der LFK; DGS – Dynamische Geometriesoftware; TK – Tabellenkalkulation

Themenfeld: Rationale Zahlen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen geeignete Ausschnitte und Skalierungen für Zahlengeraden aus (K2) • kürzen und erweitern Brüche (K5) • ordnen Punkten auf der Zahlengeraden Zahlen zu und umgekehrt (K4) • ordnen Zahlen (K2) • wandeln Zahldarstellungen ineinander um (K5) • begründen die Gleichwertigkeit und erläutern Vorteile unterschiedlicher Zahldarstellungen (K1) • beschreiben typische Fehler beim Darstellen, Anordnen und Umwandeln (K6) • lesen Zahlen am WTR ab (K5) • nutzen bei Rechnungen mit dem WTR die unterschiedlichen Bruchzahldarstellungen (K4/K5) • interpretieren periodische Dezimalbruchdarstellungen (K4) • identifizieren periodische Dezimalbrüche am WTR (K4/K5) • nutzen den WTR zur Umwandlung von Zahldarstellungen (K4) • runden Dezimalbrüche kontextgerecht (K3) • beschreiben Zusammenhänge zwischen den Zahlenmengen \mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{Q}_+ (K6) • begründen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen (K1) 	<p>Rationale Zahlen I (Brüche, Dezimalbrüche, negative ganze Zahlen)</p> <p>Zahlen an der Zahlengeraden</p> <p>Zahldarstellungen</p> <p>Ordnung</p> <p>Erweitern und Kürzen von Brüchen</p> <p>Zahlbereiche</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>erläutern den Betrag einer Zahl (K6)</i> • <i>verwenden das Betragssymbol (K5)</i> • <i>begründen, dass jede Bruchzahl durch unendlich viele Brüche, aber nur durch einen Dezimalbruch repräsentiert werden kann (K1)</i> • <i>erläutern, dass man zwischen zwei Bruchzahlen weitere Bruchzahlen findet (K1)</i> 	<p><i>Betrag einer Zahl</i></p>	

Hinweise

- Zu zwei gegebenen Brüchen kann man mithilfe des Erweiterns stets einen dazwischenliegenden Bruch finden.
- Die Mathematische Vorstellung der Größer-Kleiner-Relation, z. B. an der Zahlengerade muss zu sprachlichen Gewohnheiten in eine korrekte Beziehung gesetzt werden. Z. B. bei Vorstellungen wie „mehr Schulden“ oder „höhere Minustemperaturen“.

Themenfeld: Rationale Zahlen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • machen Brüche gleichnamig (K5) • addieren und subtrahieren Brüche innerhalb der unten im Hinweis genannten Bruchfamilien (K5) • geben die Regeln zur Addition und Subtraktion von Brüchen wieder (K6) • addieren einfache gemischte Zahlen mit Alltagsbezug (K5) • wenden die Recheneigenschaften an (K5) • nutzen den WTR zur Kontrolle von Rechnungen (K5) • beschreiben Fehler beim Addieren und Subtrahieren von Brüchen (K6) 	<p>Addition und Subtraktion von Brüchen (Vertiefung)</p> <p>Kommutativität</p> <p>Assoziativität</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>addieren und subtrahieren beliebige Brüche (K5)</i> 		
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Die Rechnungen mit Brüchen sind im G-Kurs auf die drei Bruchfamilien mit den Nennern 2, 4, 8, 16; 3, 6, 9, 12 sowie 5, 10, 20, 25, 50, 100 zu beschränken. - Bei der Addition und Subtraktion sind Visualisierungen (z. B. Rechteckgitter, Kreisdiagramme) wichtig, um diese mathematisch aufwendigen Rechnungen nachhaltig mit Vorstellungen und Sinnhaftigkeit zu verknüpfen. - Auf kontextfreie Addition gemischter Zahlen wird verzichtet. - Das Wissen darum, dass bei der ‚falschen‘ Addition von Brüchen ein Mittelwert entsteht, beugt Fehlern bei der Addition von Brüchen vor (Chuquet-Mittel). 		

Themenfeld: Rationale Zahlen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern den Unterschied zwischen einem Bruch als Teil von Ganzen und einem Bruch als Zahl (K1) • deuten Doppelbrüche als Division von Brüchen (K4) • erläutern die Kommaverschiebung bei der Division durch Dezimalbrüche (K5/K6) 	<p><i>Doppelbrüche</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Die schriftliche Division durch Dezimalbrüche ist nur im E-Kurs zu behandeln. - Insbesondere bei der Multiplikation mit und der Division durch natürliche Zahlen werden im G-Kurs die Dezimalbrüche auf zwei Stellen nach dem Komma beschränkt. - Bei der Multiplikation zweier Dezimalbrüche soll das Komma nicht nur gesetzt, sondern seine Platzierung zumindest auch mit einer Überschlagrechnung überprüft werden. - Die Division einer Bruchzahl durch eine Bruchzahl lässt sich im Kontext als Aufteilen (z. B. 1 l durch $\frac{1}{4}$ l) sinnstiftend erklären. - Die Division einer Bruchzahl durch eine natürliche Zahl lässt sich im Kontext als Verteilen (z. B. $\frac{3}{4}$ kg durch 3) sinnstiftend erklären. 		

Themenfeld: Rationale Zahlen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • addieren und subtrahieren ganze Zahlen (K5) • erläutern die Addition und Subtraktion ganzer Zahlen anhand eines selbst gewählten Modells (K6) • unterscheiden Vor- und Rechenzeichen (K5) • interpretieren die Addition einer negativen Zahl als Subtraktion der Gegenzahl (K1) • erläutern, wann die Addition nicht vergrößert, bzw. die Subtraktion nicht verkleinert (K1) • beschreiben Fehler beim Addieren und beim Subtrahieren ganzer Zahlen (K6) • beschreiben ihr Vorgehen beim Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen (K6) • wenden die Recheneigenschaften an (K5) 	<p>Addition und Subtraktion ganzer Zahlen</p> <p>Kommutativität</p> <p>Assoziativität</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>rechnen auch mit Zahltermen in unverkürzter Schreibweise (K5)</i> • <i>verwenden das Betragssymbol sachgerecht (K5)</i> 		
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Das Umstellen in Strichrechnungen unter Mitnahme des Rechenzeichens bietet eine Reihe von Rechenvorteilen, z. B. bei Rechnungen wie $12-17+11=12+11-17$. - Für den E-Kurs ist das Einsetzen negativer Zahlen in Terme mit Variablen ein gutes und sinnvolles Übungsfeld für das Rechnen mit ganzen Zahlen. 		

Themenfeld: Rationale Zahlen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern die Multiplikation einer negativen Zahl mit einer natürlichen Zahl am Beispiel eines passenden Kontextes (K1) • erläutern die Multiplikation mit (-1) an einer Permanenzreihe (K6) • multiplizieren und dividieren mit /durch ganze Zahlen (K5) • beschreiben die Vorzeichenfindung bei der Multiplikation bzw. Division (K6) • wenden die Recheneigenschaften an (K5) • entscheiden in Produkten mehrerer Faktoren über das Vorzeichen des Ergebnisses (K2) 	<p>Multiplikation und Division ganzer Zahlen</p> <p>Kommutativität</p> <p>Assoziativität</p> <p>Distributivität</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>begründen, dass beim Produktwert 0 mindestens einer der Faktoren den Wert 0 hat. (K1)</i> 		
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Die Multiplikation einer natürlichen Zahl mit einer negativen Zahl und die Multiplikation einer negativen Zahl mit einer natürlichen Zahl können in verschiedenen Modellen unterschiedliche Bedeutungen haben (z. B. einer abgekürzten Addition in dem einen Fall oder einer Streckung bzw. Stauchung eines Pfeils in dem anderen). - Beim Multiplizieren und Potenzieren werden Zahlenklammern auch im G-Kurs benötigt. 		

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • lösen Textaufgaben, die rationale Zahlen enthalten (K2) • verwenden beim Lösen von Sachaufgaben Terme und Gleichungen mit rationalen Zahlen (K2) • nutzen bei Modellierungsaufgaben Überschlagsrechnungen zur Validierung (K3) • wechseln situationsgerecht zwischen den Zahldarstellungen (K4) • wenden die Distributivität auch bei Differenzen und negativem Vorfaktoren an (K5) • berechnen Terme in denen mehrere Rechenarten und auch Klammern auftreten, unter Verwendung der Recheneigenschaften und Vorfahrtsregeln (K5) 	<p>Rationale Zahlen II</p> <p>Distributivität</p> <p>Vorfahrtsregeln</p>

Hinweise

– Im *G-Kurs* treten negative Zahlen ausschließlich als Dezimalzahlen und ganze Zahlen in Erscheinung.

Hinweise**Methodische Hinweise**

- Das Aufgreifen und Vertiefen der Grundvorstellungen zu Bruchzahlen ist unerlässlich und dient nicht nur der reinen Wiederholung: Durch komplexere Beispiele können unterschiedliche (bereits bekannte) Vorstellungen von Bruchzahlen (z. B. als Anteile von Ganzen, als Verhältnisse, als Vergleichsinstrument, als Resultat einer Division, als Operator) bzw. vom Rechnen mit Brüchen (z. B. Multiplikation als abgekürzte Addition, als Flächeninhalte, Von-Deutung) vernetzt und problematisiert werden.
- geometrische Veranschaulichungen sind nicht nur zum Aufbau der Grundvorstellungen von Brüchen, sondern auch zum weiteren Aufbau der Grundvorstellungen zum Rechnen sehr hilfreich.
- Mit Venn-Diagrammen lassen sich Mengenbeziehungen verschiedener Zahlenmengen gut verdeutlichen.

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5/6: *Grundvorstellungen von Brüchen*
- Klassenstufe 5/6: *Sachrechnen mit Größen*
- Klassenstufe 7/8: *Prozentrechnung*
- Klassenstufe 7/8: *Daten und Zufall - Wahrscheinlichkeit*
- Klassenstufe 9(G): *Prozent- und Zinsrechnung*
- Klassenstufe 9/10: *Reelle Zahlen*

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Rationale Zahlen spielen in den naturwissenschaftlichen Fächern z. B. bei der Bestimmung von Mischungsverhältnissen, bei der Messgenauigkeit von Größen und bei negativen Skalenergebnissen eine Rolle. Aber auch in den Gesellschaftswissenschaften treten Größen, Diagramme oder Prozentangaben auf, die den Umgang mit rationalen Zahlen erfordern.
- Eine Anwendung der Bruchrechnung findet sich bei den Tonleitern der reinen Stimmung.

Einordnung des Themenfeldes

Das Themenfeld Zuordnungen und Funktionen bildet in den Klassenstufen 7/8 eine Gelenkstelle zwischen dem bürgerlichen Rechnen und der damit verbundenen Übertragung auf die Dreisatz- und Prozentrechnung einerseits sowie dem Lesen und dem Interpretieren von Diagrammen und Graphen andererseits. Es ist als ein erster Zugang zum Funktionsbegriff zu sehen, der in den folgenden Klassenstufen die Mathematik wesentlich prägt. Bereits aus den Klassenstufen 5/6 bringen die Lernenden grundlegende Kenntnisse über Zuordnungen mit, z. B. aus dem Bereich der Diagramme, in denen Zuordnungen implizit enthalten sind. Dies kann an dieser Stelle nutzbringend eingesetzt werden. Auch die in verschiedenen Aufgabenstellungen, sowohl in der Geometrie als auch in der Arithmetik auftretenden ‚Was passiert, wenn...‘-Fragen können als ein propädeutischer Zugang zu funktionalen Zusammenhängen und somit zu Funktionen genutzt werden.

Dieses Themenfeld soll in den Klassenstufen 7 und 8 immer wieder auf der Agenda erscheinen und seine Inhalte und Kompetenzschwerpunkte stets vernetzend zu den o. g. Inhalten entfalten.

Didaktische Hintergründe

Viele Alltagssituationen lassen sich mithilfe von Zuordnungen mathematisieren. Ausgehend von allgemeinen Zuordnungen werden „Je-desto“-Zuordnungen als eine Besonderheit erkannt. Sie erlauben qualitative Aussagen. Liegt sogar ein regelhafter Zusammenhang, im Idealfall proportional oder antiproportional, vor, sind auch quantitative Aussagen möglich. Beim Lösen (anti-)proportionaler Problemstellungen nimmt das Dreisatzverfahren eine zentrale Stellung ein. Dieses kann auch bei der Prozent- bzw. Zinsrechnung als Lösungsverfahren verwendet werden.

Zuordnungen, die sich in eine Regel fassen lassen, eignen sich in besonderem Maße als Modell für Umweltsituationen. Aus diesem Grund füllt das Modellieren in diesem Themenfeld einen eigenen Lernabschnitt aus. Hierbei sollen auch Teilkompetenzen des Modellbildungskreislaufes insbesondere das Ausloten von Modellgrenzen oder die Validierung gefundener Lösungen eine besondere Rolle einnehmen.

Die Verknüpfungen zur Leitidee Daten und Zufall sind in vielen Bereichen des Themenfeldes präsent. Das Gewinnen von Informationen über eine Zuordnung durch gegebene Daten bzw. die Interpretation einer in einem Diagramm dargestellten Zuordnung über ein geeignetes Modell zählen im Alltag zu wichtigen Fähigkeiten.

Das Erläutern des Funktionsbegriffes mithilfe der Funktionsklasse der linearen Funktionen dient dem Etablieren wichtiger Begriffe ebenso wie einem grundlegenden Verstehen funktionaler Zusammenhänge. Lineare Funktionen beschreiben Vorgänge mit gleichbleibender Änderungsrate. Sie bieten als termdefinierte Funktionen ein reichhaltiges innermathematisches Betätigungsfeld, stellen allerdings als mathematische Modelle einen Spezialfall dar, der aber in vielen Zusammenhängen (als lokale Näherung) genutzt wird (Linearisierung). Dies sollte im Unterricht deutlich werden. Viele Begriffe und Deutungen, die im Zusammenhang mit linearen Funktionen erworben werden, sind auf andere Funktionsklassen übertragbar.

Der Begriff der Funktion manifestiert sich im Zusammenspiel von Term, Wertetabelle, Graph und verbaler Beschreibung von Eigenschaften oder Anwendungssituationen. Diese Bedeutungsvielfalt spielt sowohl im G-Kurs als auch im E-Kurs eine Rolle.

Insgesamt vollzieht sich in diesen Klassenstufen der Weg von der Zuordnung (oftmals diskret und objektbezogen) hin zur Funktion als Zuordnung von kontinuierlichen Zahlmengen.

Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte

Um die grundlegenden Möglichkeiten des Dreisatzes in anderen Themenfeldern nutzbar zu machen, empfiehlt sich eine Behandlung des ersten Lernabschnittes Zuordnungen und des zweiten Lernabschnittes Zuordnungsarten zu einem relativ frühen Zeitpunkt der Klassenstufe 7. Die Inhalte des Lernabschnittes Modellieren mit Zuordnungen soll über die beiden Schuljahre hinweg immer wieder Verwendung finden. Eine Ausweitung der dort für Zuordnungen genannten Kompetenzen auf lineare Funktionen findet nur im E-Kurs statt. Der Lernabschnitt (Lineare) Funktionen ist in der Klassenstufe 8 vorgesehen.

Werkzeuge

Tabellenkalkulation bietet sich als Hilfsmittel beim Erstellen von Diagrammen und beim Vervollständigen termdefinierter Zuordnungstabellen an. Die Termdarstellung kann hierbei in abgewandelter Form sinnvoll in der TK-Syntax genutzt werden und hilft, diese Syntax zu erfassen – Gleiches gilt für die Funktionsdarstellung.

Zum Betrachten und Modifizieren linearer Funktionen wird ein Funktionenplotter genutzt. Hier können z. B. über die Verwendung von Schiebereglern auf einfache Weise die Auswirkungen von Steigung und y-Achsenabschnitt auf den Graphen systematisch untersucht und deutlich werden.

Unterschiede zwischen G-Kurs und E-Kurs

Wie in anderen Themenfeldern ergibt sich die Erweiterung im E-Kurs durch eine Ausweitung der Begriffe sowie durch ihre präzisere Nutzung zum Beschreiben innermathematischer Situationen. Das Verwenden verschiedener Darstellungsarten sowie das Benennen von Vor- und Nachteilen fördern im G-Kurs die Grundvorstellungen, während der stete Wechsel zwischen den Darstellungsarten insbesondere im E-Kurs den Funktionsbegriff schärft. Das wird auch deutlich im zusätzlichen Lernabschnitt über lineare Funktionen, welcher dem E-Kurs vorbehalten ist und im G-Kurs allenfalls fakultativ für leistungsstarke Lernende differenzierend aufgegriffen werden kann.

Themenfeld: Zuordnungen und Funktionen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • erstellen bzw. ergänzen Wertetabellen (K4) • erstellen Graphen (K4) • zeichnen Diagramme zu Zuordnungen von Zahlen, auch mit einer TK (K5) • erstellen Terme von Zuordnungen (K4) • wechseln zwischen den unterschiedlichen Darstellungsarten (K4) • beschreiben Eigenschaften von gegebenen Zuordnungen (K1) • identifizieren Situationen, in denen Zuordnungen auftreten (K3) • entnehmen Sachsituationen Zusammenhänge in Form von Zuordnungen (K6) • unterscheiden bei Zuordnungen von Größen oder Zahlen, welche Größen oder Zahlen abhängig bzw. unabhängig sind (K1) • beschreiben Arten der Abhängigkeit von Werten in einer Zuordnung (z. B. monotonen oder lineares Verhalten) (K6) • lesen und interpretieren Diagramme zu Zuordnungen in Sachkontexten, sowohl qualitativ als auch quantitativ (K6) 	<p>Zuordnungen von Größen und Zahlen</p> <p>Diagramm und Graph (Schaubild)</p> <p>verbale Darstellung</p> <p>Wertetabelle</p> <p>Termdarstellung</p> <p>Abhängigkeit und Unabhängigkeit</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>beurteilen Diagramme, z. B. hinsichtlich der gewählten Diagrammart und der Datenaufbereitung (K1)</i> • <i>modellieren Sachsituationen mithilfe von Zuordnungen (K3)</i> • <i>klassifizieren Zuordnungen anhand ihres Zuordnungscharakters (eindeutig, eineindeutig, rechtstotal)</i> 		

Hinweise

- Das Erstellen von Zuordnungen mithilfe selbst durchgeführter Experimente und einer anschließenden Analyse von Daten ist eine sinnvolle Herangehensweise – z. B. beim Kreisumfang
- Ein wichtiger Aspekt beim Hinterfragen von Diagrammen ist, ob eine diskrete oder eine kontinuierliche Darstellung angemessen ist.
- Im Unterricht soll eine breite Variation von Diagrammarten angesprochen werden.
- Das Verwenden einer TK zwingt zur Unterscheidung in abhängige und unabhängige Größen.
- Das Verwenden des Begriffs ‚Wertepaar‘ bereitet auf Grundeigenschaften proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen vor.

Themenfeld: Zuordnungen und Funktionen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern proportional und antiproportional (K6) • identifizieren begründet proportionale und antiproportionale Zuordnungen (K1) • nennen Beispiele für proportionale und antiproportionale Zuordnungen (K6) • erläutern produktgleich und quotientengleich (K6) • kennen und nutzen gezielt unterschiedliche Darstellungen für Zuordnungen (Wertetabelle, Term, Graph, verbale Beschreibung) (K4) • stellen die Graphen proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen situationsgerecht im Koordinatensystem dar, auch mit einem Funktionsplotter oder in einer TK (K4) • bezeichnen Graphen proportionaler Zuordnungen als Geraden • bezeichnen Graphen antiproportionaler Zuordnungen als Hyperbel • bestimmen Werte in proportionalen bzw. antiproportionalen Zuordnungen (K5) • lösen komplexe Dreisatzprobleme durch systematisches Probieren (K2) • lösen komplexe Dreisatzprobleme durch Zerlegen in Teilprobleme (K2) 	<p>Zuordnungsarten</p> <p>proportionale Zuordnungen antiproportionale Zuordnungen lineare Zuordnungen Produktgleichheit, Quotientengleichheit Graphen proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen Hyperbel</p> <p>komplexe Dreisatzprobleme</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>nutzen Produkt- oder Quotientengleichheit zur Beschreibung und Lösung von Problemen, denen eine proportionale oder antiproportionale Zuordnung zugrunde liegt (K2)</i> • <i>nennen Gegenbeispiele zu proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen (K1)</i> • <i>nutzen Graphen zur Lösung von Problemen, denen eine proportionale Zuordnung zugrunde liegt (K4)</i> • <i>nennen Zuordnungen, die weder proportional noch antiproportional sind (K1)</i> 	<p><i>andere Zuordnungsarten</i></p>	

Hinweise

- Monotone Zuordnungen sind auch in der Geometrie nicht unbedingt proportional bzw. antiproportional. Z. B. ist der Flächeninhalt eines Kreises nicht proportional zu seinem Radius (wie man leicht dem Graphen entnehmen kann), die Seitenlängen umfangsgleicher Rechtecke sind nicht antiproportional zueinander.
- Das Ablesen von Wertepaaren an Graphen (auch nicht proportionaler oder antiproportionaler Funktionen) und Diagrammen ist Teil des Arbeitens mit Funktionsgraphen.
- Neben termdefinierten Zuordnungen spielen im Alltag insbesondere empirische Zuordnungen eine wichtige Rolle (z. B. Temperaturkurven, Höhenprofile ...). Ebenso sollte beachtet werden, dass im Alltag häufig stückweise definierte Zuordnungen verwendet werden (z. B. Parkgebühren, Stromtarife).

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • ordnen unterschiedlichen Sachsituationen Zuordnungen zu (K3) • überprüfen und entscheiden, ob eine Zuordnung ein zu einer Sachsituation passendes Modell ist (K1) • wählen zu einer gegebenen Sachsituation eine geeignete Zuordnung als Modell aus • bearbeiten ein Problem auf Modellebene und interpretieren das Ergebnis (K3) • beurteilen ein Modell aufgrund der mathematischen Ergebnisse (K3) • nennen Beispiele dafür, dass Modelle die Realität nur näherungsweise oder nur in einem bestimmten Bereich abbilden (K3) • überarbeiten Modelle anhand gewonnener Erkenntnisse aus dem Modellbildungskreislauf (K3) 	<p>Modellieren mit Zuordnungen</p> <p>Modellieren Kalkulieren Validieren Interpretieren</p> <p>Modellannahmen Modellgrenzen</p>

Hinweise

- Proportionalität und Antiproportionalität sind mathematische Modelle, die für zahlreiche Anwendungen geeignet sind.
- Dieses Themengebiet eignet sich hervorragend, um eine Modellierungen mithilfe des Modellbildungskreislaufes zu hinterfragen.

Themenfeld: Zuordnungen und Funktionen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p><i>E-Kurs</i></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>erweitern den Zuordnungsbegriff zum Funktionsbegriff (K1)</i> • <i>erläutern den Begriff Funktion (K6)</i> • <i>erläutern Funktion, Funktionsgleichung (-term), Graph einer Funktion, Funktionswert, Funktionsargument, Definitionsmenge und Wertemenge (K6)</i> • <i>identifizieren begründet lineare Funktionen (K1)</i> • <i>zeichnen Graphen linearer Funktionen (K4)</i> • <i>geben Punkte auf den Graphen linearer Funktionen an (K1)</i> • <i>bestimmen Steigung, y-Achsenabschnitt und Nullstellen linearer Funktionen (K6)</i> • <i>nutzen einen Funktionenplotter zur Darstellung linearer Funktionen (K5)</i> • <i>beschreiben Steigung als Verhältnis von Seitenlängen im Steigungsdreieck (K1)</i> • <i>beschreiben die Steigung als konstante Änderungsrate (K1)</i> • <i>erschließen den Funktionsterm aus dem Graphen einer linearen Funktion (K4)</i> • <i>erstellen aus zwei gegebenen Punkten des Graphen eine Funktionsgleichung der zugehörigen linearen Funktion (K4)</i> • <i>begründen anhand des Funktionsterms, dass die Graphen linearer Funktionen den Ursprung des Koordinatensystems enthalten (K1)</i> • <i>erläutern, dass proportionale Funktionen einen Sonderfall linearer Funktionen darstellen (K1)</i> • <i>identifizieren konstante Funktionen als besondere lineare Funktionen (Steigung 0) (K1)</i> • <i>identifizieren die Suche nach einer Nullstelle als Lösen einer linearen Gleichung (K4)</i> • <i>modellieren Situationen mithilfe linearer Funktionen (K3)</i> • <i>nutzen in Sachkontexten die Begriffe Anfangswert und Änderungsrate (K6)</i> 	<p>Funktionen</p> <p><i>lineare Funktion</i></p> <p><i>proportionale Funktion</i></p> <p><i>allgemeine Funktion</i></p> <p><i>Funktionsargument, Funktionswert</i></p> <p><i>Terme linearer Funktionen</i></p> <p><i>Steigung</i></p> <p><i>Nullstelle</i></p> <p><i>y-Achsenabschnitt</i></p>	

Hinweise

- Durch die Angabe zweier Punkte des Graphen ist der Graph einer linearen Funktion vollständig determiniert.
- An linearen Funktionen können Grundeigenschaften von Funktionen deutlich werden.
- Der Steigungsbegriff reicht weit in andere Themenfelder hinein und wird in Klassenstufe 9 bzw. 10 z. B. bei der Ähnlichkeit oder dem Tangens des Steigungswinkels erneut aufgegriffen.
- In integrierten Kursen empfiehlt es sich für die Schülerinnen des G-Kurses, während dieses Lernabschnittes z. B. verstärkt mit der Tabellenkalkulation zu arbeiten, bzw. authentische Diagramme zu untersuchen.

Hinweise**Methodische Hinweise**

- Zur Thematisierung der Steigung, aber auch zur Einführung der linearen Funktionen, kann man das Geobrett nutzen.
- Füllgraphen sind ein guter Zugang zu Zuordnungen und können experimentell erstellt werden.
- Graphische Fahrpläne sind ein authentisches Beispiel zu stückweise linearen Funktionen

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5/6: *Geometrie* – Umfang und Flächeninhalt von Figuren
- Klassenstufe 7/8: *Daten und Zufall*
- Klassenstufe 7/8: *Prozente*
- Klassenstufe 7/8: *Geometrie - Vierecke*
- Klassenstufe 9/10: *Geometrie* – Steigung, Trigonometrie
- Klassenstufe 9/10: *Wachstum*
- Klassenstufe 9/10: *Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen*

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Proportionale und lineare Zusammenhänge in der Natur können in Verbindung mit den Naturwissenschaften, insbesondere Physik, thematisiert werden.
- Das Thema Diagramme ist auch im Fach Deutsch präsent und kann partiell fächerübergreifend bearbeitet werden.
- Diagramme spielen sowohl in GW als auch in NW eine wichtige Rolle.

Einordnung des Themenfeldes

Das Themenfeld Prozente bietet zahlreiche Bezüge zur Lebenswelt der Schüler und bietet vielfältige Möglichkeiten zur Lebenserweiterung in der Vorbereitung zur Teilhabe in einer komplexen Umwelt. Es knüpft an die in den Klassenstufen 5 und 6 erworbenen Grundvorstellungen von Brüchen und Anteilen an und leistet Beiträge zur Vernetzung mit anderen Themenfeldern der Klassenstufen 7 und 8, wie den rationalen Zahlen, Termen und Gleichungen sowie Daten und Zufall. Darüber hinaus schafft es Voraussetzungen zur Behandlung der Themenfelder *Wachstum und Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen* in den Klassenstufen 9 und 10 bzw. zu *Prozent- und Zinsrechnung* in 9 G.

Eine Behandlung des Themenfeldes ab dem zweiten Lernabschnitt erscheint erst nach einer Behandlung zentraler Inhalte der Themenfelder Zuordnungen und Gleichungen (Proportionalität) sowie Terme und Gleichungen (Gleichungen als Formeln) sinnvoll.

Didaktische Hintergründe

Die Prozentrechnung spielt als Teil des bürgerlichen Rechnens im täglichen Umfeld der Schüler eine zentrale Rolle. Daher sollte die im Unterricht genutzte Sprache zwischen Fachsprache und Alltagssprache variieren und der jeweiligen Situation gerecht werden. Dennoch sollten beide Sprachebenen klar unterschieden werden und die jeweiligen Entsprechungen jeweils thematisiert werden.

Durch die Fokussierung auf verschiedene Fachbegriffe und deren Übertragung auf Umweltsituationen kommt der Sprache ein besonderes Gewicht in diesem Themenfeld zu. Die im Unterricht genutzte Sprache muss also zum einen den Modellbildungsprozess aus dem Alltag hin zur mathematischen Fachsprache mit den entsprechenden Fachbegriffen sachgerecht begleiten, zum anderen die Rückübertragung auf die Umweltsituation im Sinne des Interpretierens schärfen.

Die Grundvorstellungen des Anteils, der Proportionalität, des Verhältnisses und des Messens ziehen sich als roter Faden vernetzend durch das Themenfeld. Zunächst sollte sichergestellt werden, dass der Anteilsaspekt von Brüchen verinnerlicht ist. Die Verknüpfung der Prozentrechnung mit Anteilen und die Nutzung unterschiedlicher Darstellungsarten (Dezimalbruch, gewöhnlicher Bruch und Prozentsatz) sind obligatorisch. Der Gebrauch geometrischer Darstellungshilfen wie z. B. Prozentstreifen oder Hunderterfelder können die Arbeit am Themenfeld erleichtern und mehrere Zugänge eröffnen. Diese geometrischen Darstellungen sind auch in dieser Phase ein unverzichtbares bewährtes Mittel zum Verständnis von Grundwert und Prozentwert bzw. vermindertem und vermehrtem Grundwert.

Beim Lösen der Grundaufgaben sollten durchgängig alle drei Lösungsstrategien thematisiert werden, um so verschiedene Grundvorstellungen anzusprechen und subjektive Präferenzen zu bedienen. Die Vorstellungen von Prozenten als Anteil bzw. von Prozenten als normierter Quotient von Prozentwert und Grundwert führen zu verschiedenen Vorgehensweisen, aus denen der Schüler möglichst situationsgerecht eine passende auswählen soll.

Das Verwenden eines Schemas (z. B. dem Dreisatz) oder einer Formel sollte von den Schülern bei komplexeren Aufgaben (und „unbequemen“ Prozentsätzen und Zahlen) als Erleichterung erfahren werden. Um den Bezug zu den aus der Situation erwachsenden Größenordnungen der Zahlenwerte nicht zu verlieren, sind Kontrollen im Rahmen eines Validierungsprozesses und Überschlagsrechnungen unverzichtbar.

Die Zinsrechnung stellt in diesem Zusammenhang ein gutes Anwendungsfeld dar, das aber nicht überbetont werden sollte, da die Zinsrechnung in der Realität weitaus komplexer ist, als sie in der Schule behandelt werden kann: Echte Anwendungsprobleme können mit der schulischen Zinsrechnung meist nicht gelöst werden.

Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte

Da die Schüler in der Lage sein sollen, mit Prozentangaben im täglichen Leben auf Anhieb sicher umzugehen, ist der erste Lernabschnitt Prozentbegriff in diesem Themenfeld besonders wichtig; hier werden Grundvorstellungen vertieft, verschiedene Darstellungsmöglichkeiten kennengelernt und eingeübt und Sprachsensibilität geschaffen. Hierzu findet eine Beschränkung auf einfache Prozentsätze statt.

In dem Lernabschnitt Prozentrechnung steht das algorithmische Lösen von Aufgaben im Vordergrund. Die Grundaufgaben der Zinsrechnung können hier direkt angeschlossen werden, im Hinblick auf curriculare Spiralförmigkeit und Vertiefung kann die Zinsrechnung zu einem späteren Zeitpunkt nochmals aufgegriffen werden.

Werkzeuge

Der Taschenrechner kommt in allen Lernabschnitten zum Einsatz. Grundvorstellungen bzw. grundlegende Rechenschritte sollten jedoch zunächst ohne Taschenrechner aufgebaut bzw. durchgeführt werden. Danach soll der TR sukzessive eingebunden werden. Es ist sinnvoll, auch weiter taschenrechnerfreie Phasen einzuplanen. Die Benutzung der Prozenttaste muss thematisiert werden.

In der Zinseszinsrechnung wird eine TK eingesetzt.

Unterschiede zwischen E-Kurs und G-Kurs

Im E-Kurs sind argumentative und kommunikative Kompetenzen stärker gefragt. Formalen Aspekten soll im E-Kurs ein breiterer Raum gewährt werden.

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern den Unterschied zwischen absoluten und relativen Vergleichen (K1) • interpretieren einen Prozentsatz als relativen Vergleich (K4) • erläutern den Zusammenhang zwischen einem Prozentsatz und einem Bruch als Anteil (K1) • geben die Wahrscheinlichkeit bei einfachen Zufallsexperimenten in Prozent an (K4) • veranschaulichen ein durch einen Prozentsatz gegebenes Größenverhältnis (K4) • identifizieren in Texten Anteil und Ganzes, bzw. Prozentwert und Grundwert (K6) • identifizieren und beschreiben fehlerhafte Prozentangaben, z. B. in Texten (K6) • entnehmen einer graphischen Darstellung einen prozentualen Anteil (K4) • geben (näherungsweise) einen Anteil an einer Grundgesamtheit in Prozent an, auch mit dem WTR (K5) • interpretieren und bewerten verschiedene Diagramme mit Prozentangaben (K1) 	<p>Prozentbegriff</p> <p>absoluter und relativer Vergleich</p> <p>Anteil und Verhältnis</p> <p>Diagramme/Graphiken</p>
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>erläutern die Bedeutung prozentualer Steigungsangaben als Verhältnis von Streckenlängen (K1)</i> • <i>geben Steigungen in Prozent an (K5)</i> • <i>erläutern den Begriff Promille (K1)</i> 	<p><i>Steigungsangaben in Prozent</i></p>
Hinweise	
<ul style="list-style-type: none"> - Die Prozentsätze bleiben im Stadium der Begriffsbildung auf Prozentsätze beschränkt, die leicht mit Vorstellungen insbesondere von Stammbrüchen und einfachen Bruchzahlen verknüpft werden können. - Prozente werden zur Angabe von Wahrscheinlichkeiten genutzt. 	

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • ordnen die Fachbegriffe Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz den entsprechenden Größen in Sachaufgaben zu (K6) • berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (K3) • nutzen sachgerecht unterschiedliche Möglichkeiten zur Berechnung der relevanten Größen (K5) • unterscheiden zwischen „Änderung um p%“ und „Änderung auf p%“ (K6) • erläutern den Unterschied zwischen vermehrtem und vermindertem Grundwert (K1) • veranschaulichen vermehrten und verminderten Grundwert am Prozentstreifen (K4) • erläutern Begriffe wie Rabatt, Mehrwertsteuer, Brutto und Netto an vorgegebenen und selbstgewählten Beispielen (K6) • lösen Sachaufgaben (K2) • modellieren Sachsituationen und überprüfen die Validität ihrer Modellierung mit Hilfe von Überschlagsrechnungen (K3) • nutzen eine TK sachgerecht für Prozentrechnung (K5) 	<p>Prozentrechnung</p> <p>Prozentsatz, Prozentwert, Grundwert Grundaufgaben der Prozentrechnung erhöhter und verminderter Grundwert Rabatt, Mehrwertsteuer, Brutto/Netto, Zinsen</p>
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>erläutern unterschiedliche Lösungsverfahren für eine Aufgabe (K1)</i> • <i>ordnen prozentual getragenen Darstellungen bzw. vorgegebenen Lösungswegen eine passende Realsituation zu (K3)</i> • <i>erläutern die Zusammenhänge zwischen den drei Grundgrößen an selbstgewählten Beispielen (K1)</i> • <i>modellieren offene und sprachlich komplexe Sachsituationen (K3)</i> 	

Hinweise

- Die verschiedenen Lösungsmöglichkeiten wie z. B. mit dem Dreisatzverfahren (oder Abwandlungen), durch Kürzen und Erweitern von Verhältnissen auf den Nenner Hundert, mit Verhältnisgleichungen bzw. Produktgleichungen, durch Graphen oder mit der Grundformel der Prozentrechnung sind jeweils mit unterschiedlichen Grundvorstellungen verbunden und vernetzen Wissen so nachhaltig in unterschiedliche Richtungen. Es ist daher nicht sinnvoll, das Repertoire ausschließlich auf eine Lösungsmöglichkeit zu beschränken.
- Die Unterscheidung zwischen Grundwert und Prozentwert, das Zurückgreifen auf verschiedene Grundvorstellungen und das Verständnis der damit verbundenen Strategien der Verfahren sind letztlich von der sprachlichen Erfassung abhängig: Unterschiedlichen Deutungen von 5% sind z. B. ein Zwanzigstel des Grundwertes, jeder Zwanzigste, fünf von Hundert oder das 0,05-fache des Grundwertes.

Themenfeld: Prozente		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • ordnen die Bezeichner Kapital, Zinsen, Zinssatz den entsprechenden Größen in Sachaufgaben zu (K6) • erläutern die Begriffe Darlehen, Darlehenszinssatz und Tilgung (K6) • berechnen Kapital, Zinsen, Zinssatz • in Realsituationen (K3) • nutzen sachgerecht unterschiedliche Möglichkeiten zum Bestimmen der relevanten Größen (K5) • berechnen Zinsen für Bruchteilen von Jahren (K5) • berechnen Zinseszinsen, auch mit einer TK (K4/K5) 	<p>Zinsrechnung</p> <p>Kapital, Zinsen, Zinssatz</p> <p>Darlehen, Tilgung</p> <p>Grundaufgaben der Zinsrechnung</p> <p>Tageszinsen und Monatszinsen</p> <p>Zinseszinsen</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>berechnen unterjährige Zinsen bei fortgesetzten Zahlungen (K5)</i> • <i>verwenden eine TK, um in der unterjährigen Verzinsung bei fortgesetzten Zahlungen Variationen auszuloten (K5)</i> 	<p><i>Sparrate</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Kredite spielen eine wichtige Rolle in unserer Gesellschaft und sollten daher in der Schule Erwähnung finden. - Für den Übergang von der Zinsrechnung zur Zinseszinsrechnung ist es wichtig, dass die Schüler den multiplikativen Charakter der prozentualen Veränderung im Gegensatz zu dem additiven Charakter bei absoluten Veränderungen verstanden haben. 		

Hinweise**Methodische Hinweise**

- Der Prozentstreifen als geometrische Darstellung ist ein probates Mittel, auf das die Schüler auch bei komplexeren Prozentaufgaben schnell zurückgreifen können, um sich den Zusammenhang zwischen dem Prozentwert und der Grundgesamtheit in Erinnerung zu rufen.
- Mithilfe von Gummibändern können Prozentsätze auf unterschiedliche Streckenlängen übertragen werden.
- Kredite in Verbindung mit niedrigen Zinssätzen werden gerne als Mittel zur Werbung für höherpreisige Waren eingesetzt; daher sollte zumindest ein Grundverständnis und eine Grundskepsis bei den Schülern erreicht werden. So sind in der Realität die Kredite häufig Annuitätendarlehen, bei denen die Rate gleichbleibend ist, der Tilgungsanteil wächst und der Zinsanteil (aber nicht der Zinssatz!) sinkt. Darüber hinaus muss (gerade bei Autokrediten) nach mehreren Jahren häufig eine sehr hohe Schlussrate getilgt werden.
- Der Umgang mit der Formel kann im G-Kurs durch die Nutzung der ‚Dreiecksdarstellung‘ erleichtert werden.

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5/6: *Grundvorstellungen von Brüchen*
- Klassenstufe 7/8: *Daten und Zufall - Wahrscheinlichkeit*
- Klassenstufe 7/8: *Zuordnungen und Funktionen - Zuordnungsarten*
- Klassenstufe 9(G): *Prozent- und Zinsrechnung*
- Klassenstufe 9/10: *Wachstum*
- Klassenstufe 9/10: *Wahrscheinlichkeit und Statistik*

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Prozentangaben treten im Fach Deutsch und in den Gesellschaftswissenschaften insbesondere bei der Betrachtung verschiedener Diagrammtypen auf. In den naturwissenschaftlichen Fächern spielen sie z. B. bei Messfehlerberechnungen eine Rolle.
- Kredite und Zinsen werden insbesondere auch im Lehrplan Beruf und Wirtschaft der Gemeinschaftsschulen behandelt und sind für alle Berufsausbildungen im wirtschaftlichen und kaufmännischen Bereich wichtig.

Einordnung des Themenfeldes

Terme und Gleichungen spielen als Voraussetzung zum Beschreiben funktionaler Abhängigkeiten oder aber als Mittel der Heuristik zum Problemlösen eine herausragende Rolle. Mit den verschiedenen Deutungen von Variablen, dem Aufstellen von Termen, dem Interpretieren von Termwerten und nicht zuletzt dem Lösen von Gleichungen stellt dieses Themenfeld einen Grundpfeiler für die weitere mathematische Entwicklung dar. Auch wenn in den Klassenstufen 5 und 6 bereits Variablen auftreten, so z. B. bei der Notation von Formeln in der Geometrie, wird nunmehr in den Klassenstufen 7 und 8 die Vertiefung zu einer nutzbringenden situationsangepassten Algebra zu einem Schwerpunkt des Mathematikunterrichts.

Didaktische Hintergründe

Variablen und deren kontextgebundene und situationsgerechte Nutzung sowie deren Interpretation stellen eine wesentliche Grundlage mathematischer Notation und somit mathematischer Kommunikation dar. Dabei ist algebraisches Denken nicht beschränkt auf das kalkülmäßige Umformen von Termen und Gleichungen, sondern bezieht sich vor allem auf eine sinnvolle und zweckgerichtete Nutzung algebraischer Modellierungswerkzeuge und Schreibweisen beim Lösen von Problemen bzw. beim Strukturieren mathematischen Arbeitens.

Während zunächst vor allem die verschiedenen Aspekte von Variablen (Einsetzungsaspekt, Gegenstandsaspekt, Kalkülaspekt) sowie die Interpretation und das Aufstellen von Termen im Vordergrund stehen, ist dem steten Wechsel zwischen Situationen und deren algebraischer Beschreibung in diesem Themenfeld ein Hauptaugenmerk zu widmen. Das Einsetzen konkreter Zahlen ermöglicht eine situative oder kalkulative Kontrolle und fördert sogleich das Verständnis für die Termstruktur.

Das verbale Beschreiben von Gleichungen und Formeln, in Verbindung mit einer geeigneten Bedeutung der einzelnen Variablen, öffnet das Tor zum Verstehen funktionaler Aspekte und deren symbolischer Notation. Dabei steht das Verstehen der Situation gleichberechtigt neben einem reinen Rechnen und Umformen.

Das Wiederaufgreifen von Termen als Handlungsanweisung bzw. als ‚Protokoll‘ einer Rechnung soll ebenfalls, vor allem im G-Kurs, als ordnendes und strukturierendes Element begriffen werden. So ist es sinnvoll, im Zusammenhang mit Variablentermen auf reine Zahlenterme und die darin geltenden Regeln zurückzugreifen.

Die kontextgebundene Nutzung von Termen in den folgenden Klassenstufen soll immer wieder dazu genutzt werden, Übungssequenzen zum Umformen und Zusammenfassen zu veranlassen.

Darüber hinaus dienen Terme zur Repräsentation eines Musters, z. B. bei Zahlenfolgen und Würfelbauten oder eines geometrischen Zusammenhangs, insbesondere in Formeln für Umfang, Flächeninhalt oder Volumen von Figuren bzw. Körpern.

Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte

Die Aufgliederung des Abschnittes Termumformungen in einen Teil I und II erlaubt eine Interpretation dahingehend, dass die jeweiligen Teile in den Klassenstufen 7 bzw. 8 behandelt werden. **Insbesondere empfiehlt sich keine losgelöste Betrachtung der Inhalte, sondern eine Integration in andere Themenfelder.**

Der Einstieg erfolgt mit dem Verknüpfen propädeutisch gemachter Termerfahrungen aus den Klassenstufen 5 und 6 mit einer systematischen Betrachtung und der Frage nach dem Nutzen (Variablen und Terme).

Einer Behandlung von einfachen Termzusammenfassungen (Termumformungen I) folgt eine Arbeit mit Gleichungen (Gleichungen), die Äquivalenzumformungen als zielgerichtetes Mittel zum Lösen zunächst von linearen Gleichungen etabliert. Daran schließt sich das Arbeiten mit Modellierungsaufgaben und Problemlöseaufgaben an, in denen Terme und Gleichungen als probate Mittel der Heuristik zum Lösen vielfältiger Probleme zum Tragen kommen (Modellieren). Die beiden letzten Lernabschnitte sollen in beiden Klassenstufen eine Rolle spielen, allerdings in unterschiedlicher Komplexität.

Werkzeuge

Eine Tabellenkalkulation wird genutzt, um Terme und deren operativen Charakter mit Ausrechenvorschrift – trotz der abweichenden Syntax – deutlich werden zu lassen. Die Unterscheidung in abhängige und unabhängige Variablen, die eine wichtige Vorbereitung für das Behandeln von Funktionen darstellt, kann bei den Gleichungen bereits thematisiert und mit einer Tabellenkalkulation gut herausdifferenziert werden. Für die geometrische Visualisierung von Termen und Termumformungen (z. B. im Rechteckmodell) stehen im Internet zahlreiche Beispieldateien für DGS zur Verfügung.

Unterschiede zwischen E-Kurs und G-Kurs

Der E-Kurs verfügt in der Summe über einen zusätzlichen Lernabschnitt, in dem über das einfache Ausmultiplizieren und Faktorisieren hinausgehend die Multiplikation und das Faktorisieren von Summen im Vordergrund stehen. Darüber hinaus unterscheiden sich G-Kurs und E-Kurs vor allem im Grad der Formalisierung sowie in der Komplexität einzelner Aufgaben, wobei diese nicht nur durch das Einbinden weiterer Zahlbereiche, sondern vor allem auch durch die Variation der einzelnen Aufgabentypen, z. B. dem Aufstellen von Gleichungen mit vorgegebener Lösung oder Nutzung herausfordernder sprachlicher Zusammenhänge, erzielt werden kann.

Bruchgleichungen sowie Ungleichungen sind für die Arbeit im G-Kurs nicht vorgesehen, während diese im E-Kurs, zumindest auf einer basalen Ebene, behandelt werden

Themenfeld: Terme und Gleichungen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Variablen zur Bezeichnung von Größen (K4) • erläutern und interpretieren die Verwendung von Variablen in unterschiedlichen Kontexten (K3/K6) • geben zu Sachsituationen Terme an (K3) • ordnen Terme Sachsituationen begründet zu (K1) • nutzen Terme und Variablen zum Beschreiben und Strukturieren geometrischer Objekte, z. B. im Rechteckmodell (K4) • nutzen Terme zur Beschreibung von Mustern und Zusammenhängen (K2) • ermitteln den Wert von Termen bei gegebenen Werten von Variablen (K5) • ordnen Terme verbalen Beschreibungen zu und umgekehrt (K4) • identifizieren die Gleichwertigkeit einfacher Terme (K4) 	<p>Variablen und Terme</p> <p>Variable, Term, Gleichung</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>formulieren Sachsituationen zu Termen (K6)</i> • <i>nutzen mathematische Bezeichner für Zahlterme auch zur Beschreibung der Struktur von Termen mit Variablen (K6)</i> • <i>klassifizieren Terme nach unterschiedlichen Gesichtspunkten (z. B. nach der zuletzt durchzuführenden Operation oder der Variablenanzahl) (K1)</i> 		
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - In diesem Lernabschnitt liegt der Schwerpunkt des Unterrichts beim Gegenstandsaspekt (Unbekannte) und beim Einsetzungsaspekt (Platzhalter) von Variablen. - Ein Zurückgreifen auf frühere Variablennutzung (geometrische Formeln) bietet sich an. 		

Themenfeld: Terme und Gleichungen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • addieren und subtrahieren einfache Terme und fassen sie zusammen (K5) • multiplizieren und dividieren einfache Terme und fassen sie zusammen (K5) • erläutern Vorteile des Zusammenfassens von Termen (K1) • interpretieren die Multiplikation und die Addition von Termen geometrisch (K4) • multiplizieren Summen- und Differenzterme mit einem Faktor (K5) • erkennen einfache gleichwertige Terme und führen sie ineinander oder in einen dritten gleichwertigen Term über (K5) • klammern in Summen oder Differenzen von Produkten gemeinsame Faktoren aus (K5) • nennen genutzte Rechengesetze (K6) • benennen Fehler beim Umformen von Termen und beschreiben sie (K6) • begründen kontextgebunden die Umformung von Termen (K1) 	<p>Termumformungen I</p> <p>Terme addieren und subtrahieren</p> <p>Terme multiplizieren und dividieren</p> <p>Terme mit Klammern (Addition und Subtraktion von Summen und Differenzen)</p> <p>Terme ausmultiplizieren (mit einem Faktor)</p> <p>Ausklammern einzelner Faktoren</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>interpretieren bekannte Terme aus Sachsituationen und formen sie um (K1)</i> • <i>setzen Terme in andere Terme ein (K5)</i> • <i>führen Umformungen auch mit komplexeren Termen durch (K5)</i> 		
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Die Variable ist der einfachstmögliche Term. - Termumformungen sollen mit einer Zielvorgabe versehen sein. - ‚Vereinfachen‘ ist ein kontextabhängiger Operator. 		

Themenfeld: Terme und Gleichungen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p><i>E-Kurs</i></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>multiplizieren Summen miteinander, auch mithilfe binomischer Formeln (K5)</i> • <i>nutzen die binomischen Formeln kontextgerecht (K5)</i> • <i>stellen die drei binomischen Formeln geometrisch dar (K1/K4)</i> • <i>faktorisieren Summen, auch mithilfe binomischer Formeln (K5)</i> • <i>faktorisieren Summen durch Ausklammern mehrerer Faktoren (K2)</i> • <i>interpretieren geeignete Termumformungen geometrisch (K4)</i> • <i>fassen einfache Bruchterme mit einer Variablen zusammen (K5)</i> 	<p><i>Termumformungen II</i></p> <p><i>Multiplikation von Summen</i></p> <p><i>Binomische Formeln</i></p> <p><i>Faktorisieren von Summen</i></p> <p><i>Einfache Bruchterme</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Der G-Kurs kann während dieses Lernabschnittes produktive Übungseinheiten zu einfachen Gleichungen und Termumformungen absolvieren. - Die binomischen Formeln stellen Spezialfälle des Rechteckmodells dar. Eine Behandlung dieser mithilfe der unterschiedlichen Visualisierungen ist auch im G-Kurs möglich. - Einfache Bruchterme besitzen im Verständnis dieses Lehrplans in Zähler und Nenner jeweils nur eine Summe mit höchstens zwei Summanden und nur einer Variablen. - Im E-Kurs können fakultativ höhere binomische Terme und das Pascal'sche Dreieck behandelt werden. 		

Themenfeld: Terme und Gleichungen		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • modellieren Sachsituationen mithilfe von Gleichungen (K3) • lösen einfache Gleichungen, auch nichtlineare, durch systematisches Probieren (K2) • benennen notwendige Äquivalenzumformungen zum Lösen vorgegebener Gleichungen (K2) • führen lösungsorientiert Äquivalenzumformungen bei linearen Gleichungen durch (K5) • lösen einfache Verhältnisgleichungen (K5) • stellen Formeln kontextorientiert nach der gesuchten Variable um (K5) 	<p>Gleichungen</p> <p>Gleichungen lösen durch Probieren</p> <p>Gleichungen lösen durch Äquivalenzumformungen</p> <p>Formeln (Gleichungen mit mehreren Variablen) umformen</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • formulieren Sachsituationen zu Gleichungen (K3) • geben kontext- oder situationsbezogenen Definitions- und Lösungsmenge bei Gleichungen und Ungleichungen an (K6) • lösen Verhältnisgleichungen durch Äquivalenzumformungen (K5) • lösen Bruchgleichungen (K5) • lösen lineare Ungleichungen (K5) 	<p><i>Ungleichungen lösen</i></p> <p><i>Bruchgleichungen lösen</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Im Hinblick auf funktionale Betrachtungen können Gleichungen mit mehreren Variablen, insbesondere Parametergleichungen, auf einfachem Niveau, z. B. mit geometrischen Formeln, thematisiert und mithilfe einer TK betrachtet werden. - Zwischen E-Kurs und G-Kurs besteht ein Unterschied in der Komplexität der zu lösenden Gleichungen, die unter anderem durch Modellieren in Situationen entstehen kann (z. B. Linsengleichung in der Optik). - lineare Gleichungen und Ungleichungen können graphisch gelöst werden und somit können Verknüpfungen zu anderen Inhalten aufgezeigt werden. 		

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none">• übersetzen Sachsituationen in Terme oder Gleichungen (K3)• nutzen Terme oder Gleichungen zum Lösen von Problemen (K2)• überprüfen Lösungen von Termen oder Gleichungen zu Sachsituationen auf ihre Plausibilität hin (K3)	<p>Modellieren</p> <p>Anwendungsaufgaben</p>

Hinweise**Methodische Hinweise**

- Beim Erstellen von Termen bieten sich als Einstieg z. B. die Arbeit mit Holzwürfeln, Paketverschnürungen oder anderen enaktiven Materialien an.
- Das Verknüpfen von Algebra und Geometrie bietet vielfältige Möglichkeiten der Erläuterung aber auch der Erarbeitung von Umformungen.
- Die Multiplikation zweier Summenterme kann mithilfe von (Multiplikations-)Tabellen gut erläutert werden.
- Das Überkreuzmultiplizieren kann zum Lösen von einfachen Bruch- und Verhältnisgleichungen genutzt werden.

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5/6: *Geometrie* – Umfang und Flächeninhalt von Figuren
- Klassenstufe 7/8: *Zuordnungen und Funktionen*
- Klassenstufe 7/8: *Geometrie* – Formeln zur Berechnung von Umfang, Flächeninhalt von Figuren sowie Oberflächeninhalt und Volumen geometrischer Körper
- Klassenstufe 7/8: *Prozente* – Formeln zur Prozentrechnung und Zinsrechnung
- Klassenstufe 7/8: *Daten und Zufall* – arithmetischer Mittelwert
- Klassenstufe 9/10: *Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen*
- Klassenstufe 9/10: *Geometrie* – Formeln zur Berechnung von Umfang, Flächeninhalt von Figuren sowie Oberflächeninhalt und Volumen geometrischer Körper
- Klassenstufe 9/10: *Geometrie* – Trigonometrie

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- In der Physik wird das Umstellen von Parametergleichungen und Formeln benötigt. Hier können Verknüpfungen hergestellt werden.
- Das Umrechnen von Einheiten kann in Form von Gleichungen geschehen, z. B. bei Währungen oder Temperatureinheiten.

Einordnung des Themenfeldes

In der Geometrie der Sekundarstufe I bilden die Schülerinnen und Schüler durch das Erfassen von geometrischen Begriffen und Beziehungen den Anschauungsraum aus. Darüber hinaus stellt die Geometrie, gerade durch die vielen Möglichkeiten handelnde Zugänge zu schaffen, ein gutes Arbeitsfeld dar, in dem Grundzüge der Mathematik als Wissenschaft entdeckt werden können: Unter anderem durch die Anschaulichkeit bestehen zahlreiche Möglichkeiten zum Entwickeln und Erproben von Problemlösestrategien und Beweismethoden.

Die in den Klassenstufen 5 und 6 behandelten Begriffe werden nun vertiefend in Zusammenhängen betrachtet. Geometrische Sätze werden ebenso wie Flächeninhaltsformeln und Volumenformeln von bereits bekannten Beziehungen in vernetzender Weise abgeleitet. Das Repertoire an geometrischen Körpern wird durch das (gerade) Prisma und den (geraden) Zylinder erweitert, so dass sich eine größere Vielfalt bei der Modellierung von Alltagsobjekten (wie z. B. Verpackungen) eröffnet. Diese Erfahrungen werden in den Klassenstufen 9 und 10 aufgegriffen und vertieft.

Didaktische Hintergründe

Das mathematische Erschließen des Anschauungsraumes beinhaltet in der Sekundarstufe I sowohl einen sicheren Umgang mit dreidimensionalen Körpern als auch die Entwicklung eines Begriffsnetzes zu geometrischen Figuren in der Ebene.

So werden in der ebenen Geometrie verschiedene Figuren kennengelernt und Zusammenhänge zwischen diesen Figuren durch Zerlegen und Ergänzen erarbeitet. Hierdurch sowie durch das erstmalige Einbeziehen von Grenzprozessen ergeben sich neue Möglichkeiten in der Flächen- und Volumenmessung.

An geeigneten Beispielen können Lernende in der Geometrie beim lokalen Ordnen von Argumenten einen deduktiven Aufbau mathematischer Zusammenhänge exemplarisch erfahren. Beispielsweise die Winkelsumme im Dreieck und weitergehend die Winkelsumme in allgemeinen Vielecken ist ein hierfür geeigneter Lerninhalt, an dem auch deutlich wird, dass einem deduktiven Schließen auf dieser Stufe zunächst ein induktives Vorgehen vorangestellt werden sollte. So kann die Untersuchung von Einzelfällen zu einem Bedürfnis nach einem Beweis führen, das durch einen deduktiven Schluss erfüllt wird. Nicht zuletzt können Beweise aber auch wesentliche Zusammenhänge aufzeigen.

Im gesamten Themenfeld finden sich vielfältige Anlässe zum Begründen und Beweisen. Prinzipiell gilt dabei, dass das Beweisen in erster Linie einem vertieften Verständnis und einer Vernetzung dienen soll und keinen Selbstzweck darstellt.

Durch das Erweitern des Repertoires an Figuren und Körpern ergibt sich eine größere Bandbreite für das Modellieren. Im Modellbildungskreislauf liegt hierbei der Fokus auf der Vernetzung der mathematischen Begriffe untereinander sowie einer Anknüpfung an Realsituationen. Die Validierung im Modellbildungskreislauf gewinnt durch die zunehmende Komplexität der Situationen an Bedeutung.

Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte

Es bietet sich an, die ersten beiden Lernabschnitte dieses Themenfeldes Winkel an Geraden und Dreiecksgeometrie in Klassenstufe 7 zu behandeln. Der Lernabschnitt Dreieck-Viereck-Vieleck kann über beide Klassenstufen verteilt werden, während Kreis und Stereometrie in Klassenstufe 8 vorgesehen sind. Die Beachtung der Reihenfolge der Lernabschnitte ist notwendig, da sie aufeinander aufbauen.

Werkzeuge

Der WTR wird ab der Klassenstufe 7 im Unterricht verwendet, der Einsatz der Formelsammlung wird ab der Klassenstufe 8 relevant. Im Themenfeld Geometrie bestehen vielfältige Gelegenheiten, einen sicheren Umgang mit diesen Werkzeugen zu trainieren.

Ein DGS ist für das Demonstrieren und Entdecken von Zusammenhängen, z. B. bei der Betrachtung besonderer Punkte im Dreieck, obligatorisch. Der ‚Zugmodus‘ ermöglicht ein exploratives und induktives Vorgehen. Eine Vielzahl von leicht verfügbaren, DGS-basierten Dateien ermöglicht es, Körper und deren Eigenschaften auch dann zu untersuchen, wenn eine enaktive Herangehensweise nicht möglich ist.

Unterschiede zwischen E-Kurs und G-Kurs

Die Erweiterung im E-Kurs kommt hauptsächlich durch eine Ausweitung der Begriffswelt sowie durch die Komplexität der zu lösenden Problemstellungen zustande. Während auf E-Kurs-Niveau das Beweisen von Sätzen oder Formeln immer auch den Anspruch hat, eine Begründungssystematik aufzuzeigen, sollen im G-Kurs Beweise und Begründungen vorrangig Zusammenhänge deutlich machen und die Begriffsbildung unterstützen. So finden Begründungen im G-Kurs, z. B. bei Winkelbestimmungsaufgaben in geometrischen Figuren, ausschließlich auf einfachem Niveau statt, wohingegen im E-Kurs Strategien, z. B. mehrschrittiges Vorgehen, zur Anwendung kommen.

Themenfeld: Geometrie		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • markieren Neben-, Scheitel-, Stufen-, Wechsel- und in geeigneten Figuren (K4) • begründen, dass die Summe der Maße von Winkel und Nebenwinkel 180° beträgt (K1) • begründen, dass Scheitelwinkel maßgleich sind (K1) • begründen die Maßgleichheit von Stufen- und Wechselwinkeln an parallelen Geraden (K1) • begründen induktiv, auch mit einem DGS, dass die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt (K1) • ermitteln mithilfe der Winkelsätze Maße von Winkeln (K2) 	<p>Winkel an Geraden</p> <p>Nebenwinkel und Scheitelwinkel Stufenwinkel, Wechselwinkel an parallelen Geraden</p> <p>Winkelsumme im Dreieck</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>begründen den Wechselwinkelsatz und den Stufenwinkelsatz (K1)</i> • <i>formulieren zu den Winkelsätzen die Kehrsätze (K6)</i> • <i>nutzen die Kontraposition der Winkelsätze, um zu zeigen, dass zwei Geraden nicht parallel sind (K1)</i> • <i>beweisen den Satz über die Winkelsumme im Dreieck (K1)</i> • <i>formulieren Winkelsummensätze für das Viereck, das Fünfeck und das n-Eck (K6)</i> • <i>beweisen den Winkelsummensatz für das Viereck und das n-Eck (K1)</i> • <i>lösen mithilfe der Winkelsätze geometrische Problemstellungen (K2)</i> 	<p>Winkelsumme im Vieleck</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Den Satz über Wechselwinkel an Parallelen kann man mithilfe der Punktsymmetrie der betroffenen Winkel zum Streckenmittelpunkt der beiden Geradenschnittpunkte begründen. - Am Beweis für die Winkelsumme im Dreieck lässt sich der Zusammenhang zwischen einem enaktiven Zugang (zwei Ecken abreißen und passend an die dritte legen) und dem Entwickeln einer Beweisidee verdeutlichen. 		

Themenfeld: Geometrie		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • bezeichnen Eckpunkte, Seiten und Winkel von Dreiecken entsprechend der Notationskonvention (K6) • klassifizieren Dreiecke nach unterschiedlichen Kriterien (K1) • beschreiben die Unterschiede zwischen verschiedenen Dreiecksarten (K6) • beschreiben, wie sie Zeichnungen präzise anfertigen können (K6) • führen die Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal aus (K5) • konstruieren Höhen(geraden) bei Dreiecken, auch mit einem DGS (K5) • erläutern die Minimaleigenschaft des Lotes von einem Punkt auf eine Gerade (K1) • erläutern jeweils die Ortslinieneigenschaft des Kreises, der Mittelsenkrechten und der Winkelhalbierenden (K1) • begründen, mithilfe der Ortslinieneigenschaften die Existenz des Umkreismittelpunktes und des Inkreismittelpunktes (K1) • konstruieren Umkreise und Inkreise von Dreiecken auch mit einem DGS (K5) • ermitteln die Schwerelinien und den (Flächen-) Schwerpunkt eines Pappdreiecks experimentell (K4) • konstruieren den (Flächen-)Schwerpunkt als Schnittpunkt der Seitenhalbierenden, auch mit einem DGS (K4) • lösen mithilfe geometrischer Konstruktionen Problemstellungen, z. B. bei der Bestimmung des Mittelpunktes eines gegebenen Kreises (K2) • lösen Vermessungsaufgaben durch maßstäbliche Konstruktionen auch mit einem DGS (K2) 	<p>Dreiecksgeometrie</p> <p>Dreiecksarten</p> <ul style="list-style-type: none"> - gleichseitig, gleichschenkelig - spitz-, recht- bzw. stumpfwinklig <p>Grundkonstruktionen</p> <p>Mittelsenkrechte</p> <p>Winkelhalbierende</p> <p>Lot</p> <p>Dreieckskonstruktionen SSS, WSW, SWS</p> <p>Ortslinien</p> <p>Umkreis</p> <p>Inkreis</p> <p>Schwerpunkt des Dreiecks</p>	

Themenfeld: Geometrie		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern die „Kongruenz“ (K6) • begründen die Kongruenz von Dreiecken unter Verwendung von Kongruenzsätzen (K1) • entscheiden, ob ein Dreieck aus drei gegebenen Bestimmungsstücken konstruierbar ist (K1) • konstruieren Dreiecke aus drei geeigneten Bestimmungsstücken entsprechend den Kongruenzsätzen (K5) • fertigen Beschreibungen von Konstruktionen an (K6) • formulieren selbst Aufgaben zu den Kongruenzsätzen (K6) • erläutern die Dreiecksungleichung anhand der Konstruktion SSS (K1) • messen Winkel im Halbkreis und formulieren den Satz des Thales (K5/K6) • beweisen den Satz des Thales über die Zerlegung des Dreiecks in gleichschenklige Dreiecke (K2) • konstruieren eine Tangente an einen Kreis (K2) • ermitteln den Thaleskreis als Ortslinie mit einem DGS oder in einem Experiment (K2) • formulieren den Kehrsatz zum Satz des Thales und geben Aussagen an, deren Umkehrung nicht wahr ist (K1) 	<p>Dreiecksgeometrie</p> <p><i>Kongruenz</i></p> <p><i>Dreieckskonstruktionen und Kongruenzsätze</i> SSS, WSW, SWS, SsW</p> <p><i>Thaleskreis</i></p> <p><i>Aussage und Umkehrung</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Bei der Ermittlung des Thaleskreises als Ortslinie wird der Kehrsatz zum Satz des Thales gezeigt. - Der Satz des Thales kann enaktiv mit gespannten Haushaltsgummis auf einem Brett mit entsprechend einer Uhr angeordneten Nägeln entdeckt werden, die Umkehrung durch das Durchschieben der rechtwinkligen Ecke des Geodreiecks durch einen geraden Schlitz in einer Pappe. - Konstruktionsbeschreibungen sollten kein Selbstzweck sein, sondern eher die Rolle eines nachvollziehbaren Protokolls haben. Es ist methodisch sinnvoll, Protokolle zwischen den Schülerinnen und Schülern austauschen zu lassen, um die Nachkonstruierbarkeit zu prüfen. 		

Themenfeld: Geometrie		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Vielecke, um in Sachsituationen zu modellieren (K3) • erläutern, dass bei zusammengesetzten ebenen Figuren der Flächeninhalt additiv ist, der Umfang jedoch nicht (K1) 	<p>Dreieck, Viereck, Vieleck</p> <p>zusammengesetzte Figuren</p>	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • lösen Formeln für Flächeninhalt und Umfang nach einer Streckenlänge auf (K5) • begründen die Proportionalität von Flächeninhalt und Länge einer Höhe bzw. Grundseitenlänge eines Dreiecks (K1) • erläutern die Systematik im „Haus der Vierecke“ zu der gewählten Definition (K6) • bestimmen den Flächeninhalt von Polygone durch Zerlegung bzw. Ergänzung (K2) • berechnen die Innenwinkelsumme auch von nichtkonvexen Vielecken (K2) • benennen die vorkommenden Winkelarten auch bei nichtkonvexen Polygonen (K6) 	<p><i>Haus der Vierecke</i></p> <p><i>Polygone mit mehr als vier Ecken</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> – Eine Differenzierung zwischen G-Kurs und E-Kurs kann durch unterschiedliche Anforderungen beim Begründen und Beweisen entstehen. Während es im G-Kurs häufig ausreicht, Begründungen nachzuvollziehen oder Gegenbeispiele zu finden, erwartet man im E-Kurs, dass die Lernenden diese selbst entwickeln und kommunizieren. – Begründungen für Flächeninhaltsformeln werden durch das Zerschneiden und Zusammenlegen von Figurmodellen begreifbar. – Zur Bestimmung des Flächeninhalts von (unregelmäßigen) Vierecken bietet sich neben der Zerlegung in Dreiecke auch die Ergänzung zu einem Rechteck an. – Bei Vierecken können unterschiedliche Ansätze zur Definition genutzt werden: Seiten und Winkel; Symmetrie; Diagonalen. 		

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen die Begriffe Durchmesser, Radius und Kreislinie sachgerecht (K6) • untersuchen die Proportionalität zwischen Durchmesser und Umfang des Kreises experimentell (K3) • ermitteln einen Schätzwert für die Kreiszahl π (K4) • bezeichnen den Proportionalitätsfaktor zwischen Durchmesser und Umfang des Kreises mit π (K6) • bestimmen rechnerisch den Umfang von Kreisen bei gegebenem Radius und umgekehrt (K5) • begründen zeichnerisch, dass der Flächeninhalt eines Kreises zwischen dem doppelten und dem vierfachen Quadrat des Radius liegt (K1) • bestimmen den Flächeninhalt des Kreises bei vorgegebener Formel (K5) • nutzen den WTR und runden sachgerecht (K5) 	<p>Kreis</p> <p>Umfangsformel für den Kreis</p> <p>Flächeninhaltsformel für den Kreis</p>
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>erläutern eine Herleitung zur Flächeninhaltsformel des Kreises (K6)</i> • <i>erläutern ein Näherungsverfahren für die Kreiszahl π (K1)</i> 	

Hinweise

- Die Erarbeitung der Flächeninhaltsformel für den Kreis erfordert die Betrachtung von Grenzprozessen. Hierzu eignen sich entsprechende TK- bzw. DGS-Anwendungen.
- Flächeninhalt und Umfang des Kreises werden im Alltag näherungsweise bestimmt (der Umfang eines Kreises mit dem Durchmesser 2 m wird mit 6,28 m angegeben, nicht mit 2π m). Um diesen Sachverhalt herauszustellen bietet es sich an, sehr bewusst mit „groben“ Näherungen für π zu arbeiten, z. B. $22/7$ oder 3,14 und geeignetes Runden zu thematisieren.
- Die Monte-Carlo-Methode bietet eine Möglichkeit, die Ermittlung von π mit stochastischen Überlegungen zu vernetzen.

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden bei Prismen die Bezeichner Ecke, Grundkante, Grundfläche, Seitenkante, Seitenfläche, Mantel, Oberfläche und Volumen sowie Körperhöhe (K6) • verwenden am Zylinder die Begriffe Grundkreis, Grundfläche, Mantellinie, Mantel, Oberfläche und Volumen sowie Körperhöhe (K6) • benennen und klassifizieren geometrische Körper (K6) • identifizieren geometrische Körper anhand von Abbildungen (K4) • modellieren Gegenstände aus ihrer Umwelt mithilfe von Prismen und Zylindern (K3) • zeichnen Netze und skizzieren Schrägbilder von Prismen und Zylindern (K4) • zeichnen Grundrisse, Seitenansichten und Draufsichten von Prismen und Zylindern (K4) • messen und entnehmen gezeichneten Körpern geeignete Längenmaße (K5) • messen an realen Körpern Größen und bestimmen mit diesen weitere, z. B Flächeninhalte. (K5) • bestimmen den Mantelinhalt und den Oberflächeninhalt sowie das Volumen geometrischer Körper (K5) • bestimmen fehlende Größen geometrischer Körper, auch wenn u. a. Volumen oder Oberflächeninhalt gegeben sind (K5) • zeichnen Netze und skizzieren Schrägbilder von zusammengesetzten Körpern (K4) • bestimmen Volumen und Oberflächeninhalt von zusammengesetzten Körpern (K2) 	<p>Stereometrie</p> <p>Eigenschaften, Oberflächeninhalt und Volumen folgender Körper</p> <ul style="list-style-type: none"> - gerades Prisma - gerader Zylinder <p>Schrägbilder (Kavalierprojektion) Netze von Prisma und Zylinder</p> <p>zusammengesetzte Körper</p>

Hinweise

- Zylinder sind keine speziellen Prismen. Prismen werden von ebenen Flächen begrenzt.
- Im E-Kurs können Schnittflächen am Würfel und am Zylinder qualitativ thematisiert werden.

Hinweise**Methodische Hinweise**

- Geometrie kann eindrucksvoll durch Messen und Konstruieren auf dem Schulhof erlebt werden. Es bieten sich z. B. das ‚Stellen‘ von Ortslinien oder das Abstecken von Feldern in maßstäblich vorgegebenen geometrischen Formen an.
- Digitale Karten bieten die Möglichkeit, Entfernungen und Flächeninhalte sehr einfach auf der Karte zu messen. Messungen auf dem Schulhof lassen sich so überprüfen.

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5/6: *Geometrie*, Rechteck und Quader, Flächeninhalte und Volumina
- Klassenstufe 7/8: *Terme und Gleichungen*
- Klassenstufe 9/10: *Geometrie*

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Das Konstruieren geometrischer Figuren kann im Kunstunterricht angewandt werden, z. B. beim Entwerfen von Ornamenten oder Mandalas. Auch das Zeichnen von Parketten kann zu interessanten künstlerischen Produkten führen. Mit jedem Viereck und jedem Würfelnetz kann parkettiert werden. Die Strenge der geometrischen Konstruktion vermittelt dabei eine eigene ästhetische Qualität.
- In den Gesellschaftswissenschaften können geometrische Vermessungsaufgaben aufgegriffen werden. So spielt das Konstruieren von Dreiecken eine wichtige Rolle bei der Landvermessung.

Einordnung des Themenfeldes

Erste Erfahrungen mit der beschreibenden Statistik machen die Schülerinnen und Schüler in den Jahrgangsstufen 5 und 6, wenn sie Diagramme zu Datenerhebungen erstellen oder Diagramme aus dem Alltag auswerten. Diese Kenntnisse werden in der Doppeljahrgangsstufe 7/8 vertieft und insbesondere durch die Betrachtung relativer Häufigkeiten in Form von Prozentangaben erweitert. Daneben wird der Blick auf die Verteilung der Daten einer Erhebung gerichtet.

Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten können aus statistischen Betrachtungen gewonnen oder aus geometrischen Gegebenheiten ermittelt werden. In den Jahrgangsstufen 7 und 8 wird eine Weiterentwicklung der Vorstellung von Wahrscheinlichkeit in Richtung eines, durch die Abschätzung mithilfe relativer Häufigkeiten geprägten, Begriffes angestrebt. Geometrisch motivierte Vorstellungen spielen weiterhin eine Rolle.

Didaktische Hintergründe

In der Doppeljahrgangsstufe 7/8 werden Kenntnisse und Fertigkeiten erarbeitet und vertieft, die nötig sind, um statistische Erhebungen und deren Auswertungen im Alltag nachzuvollziehen sowie diese auch kritisch zu hinterfragen. Waren bisher durch die Nutzung von absoluten Häufigkeiten nur lokal begrenzte Aussagen möglich, wird durch das Auswerten von Daten mithilfe von relativen Häufigkeiten ein Vergleich zwischen Erhebungen mit verschiedenen großen Grundgesamtheiten möglich. Aussagen über die Verteilung von Merkmalen innerhalb einer Datenmenge gelingen über spezielle Kennwerte. So werden Minimum und Maximum oder der arithmetische Mittelwert wieder aufgegriffen sowie der Median und die Quartile als Begriffe etabliert.

Mit der Auswertung von relativen Häufigkeiten besteht eine Grundlage zum rechnerischen Umgang mit Wahrscheinlichkeiten. Versuchsreihen mit verschiedenen Zufallsgeräten, wie Würfeln, Glücksrad oder auch Reißzwecke ergeben zunächst relative Häufigkeiten von Ereignissen. Diese stabilisieren sich (nach dem Gesetz der großen Zahlen) bei hohen Anzahlen von Wiederholungen. Damit ist ein Ansatz gewonnen, Wahrscheinlichkeiten als Schätzwerte für relative Häufigkeiten und umgekehrt zu nutzen.

Zweistufige Zufallsversuche führen in das Strukturieren von Problemen oder Situationen mithilfe von Baumdiagrammen ein. Zugleich wird damit die Grundlage für das rechnerische Erschließen anhand der Pfadregeln gelegt.

Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte

Die Lernabschnitte Daten erfassen und strukturieren und Daten auswerten und interpretieren können integriert in einer Unterrichtssequenz behandelt werden. Hier bieten sich Möglichkeiten der Projektarbeit an. Bruchrechnung und Prozentrechnung können hier intelligent geübt werden.

Das Auswerten von statistischen Erhebungen ist eine Grundlage der Erarbeitung von Wahrscheinlichkeitsaussagen. Insofern spielen die beiden ersten Lernabschnitte eine entscheidende Rolle im Lernabschnitt Wahrscheinlichkeit.

Werkzeuge

Das Verwenden einer TK oder spezieller Stochastik-Software ermöglicht das Arbeiten mit großen Datensätzen. Ebenso ist es mit solcher Software möglich, stochastische Situationen zu simulieren. Das Erstellen von Diagrammen zu Datensätzen ist mithilfe entsprechender Software schnell zu bewerkstelligen; dies ermöglicht Experimente, z. B. das Variieren der Einteilung von Datenklassen.

Unterschiede zwischen E-Kurs und G-Kurs

Eine Differenzierung zwischen G-Kurs und E-Kurs ergibt sich einerseits durch eine stärkere Ausschärfung der vorgestellten Begriffe und Konzepte und andererseits durch eine Bearbeitung von komplexeren Problemstellungen. Der Boxplot wird lediglich im E-Kurs behandelt.

Um die Unterscheidung der Begriffe Ereignis und Ergebnis zu erleichtern, kann der Begriff Elementarereignis für einelementige Ereignisse genutzt werden. Auch können im G-Kurs bei der Erstellung von Diagrammen geeignete Strukturierungshilfen gegeben werden, wie Kreise mit Hunderter-Einteilung oder Prozentstreifen.

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • führen Datenerhebungen durch (K5) • begründen die Notwendigkeit und die Auswahl von Stichproben (K1) • nutzen Strichlisten und Häufigkeitstabellen, um gesammelte Daten zu erfassen und zu strukturieren (K4) • ermitteln absolute und relative Häufigkeiten (K5) • erläutern, dass sich bei wiederholt ausgeführten Versuchsreihen die relativen Häufigkeiten ändern können (K1) • strukturieren Daten durch Anordnen oder Sortieren (K5) • bilden begründet Datenklassen (K2) • beschreiben und beurteilen die Verteilung von Daten (K1) • ermitteln Kennwerte von Datenmengen (K5) • recherchieren nach Statistiken zu einem selbst gewählten Thema (K5) 	<p>Daten erfassen und strukturieren</p> <p>Datenerhebungen absolute und relative Häufigkeit</p> <p>Statistische Kennwerte Minimum, Maximum, Spannweite, arithmetischer Mittelwert</p>
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>ermitteln Median, Quartile und Quartilsabstände in Datenmengen (K5)</i> • <i>unterscheiden Median und arithmetischer Mittelwert und begründen deren Anwendungen (K1)</i> 	<p><i>Median</i> <i>Quartil, Quartilsabstand</i></p>
Hinweise	
<ul style="list-style-type: none"> - Beim Planen einer eigenen Umfrage ergibt sich die Frage nach der Grundgesamtheit und damit nach der Wahl der Stichprobe. - Bei unterschiedlichen Festlegungen von Datenklassen können die resultierenden Diagramme sehr verschieden sein. Dies kann unter dem Aspekt der Manipulation thematisiert werden. - Nicht die schematische Durchführung der Algorithmen zur Berechnung der Kennwerte, sondern die Interpretation der Kennwerte und deren Nutzung zur Beschreibung von Datenmengen sind vorrangiges Ziel des Unterrichts. 	

Themenfeld: Daten und Zufall		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen unterschiedliche Datenvisualisierungen (K4) • vergleichen unterschiedliche Datenvisualisierungen (K1) • entnehmen (authentischen) Diagrammen Werte (K4) • beurteilen Aussagen zu gegebenen Daten und Diagrammen (K1) • fertigen zu Daten geeignete Skalen an (K4) • erstellen auch mithilfe einer TK unterschiedliche Diagramme (K5) • formulieren kontextbezogen Aussagen zu gegebenen Diagrammen (K1) • interpretieren Datensätze aufgrund ihrer Kennwerte (K3) • beurteilen die graphische Darstellung von Daten und zeigen gegebenenfalls vermutete Manipulationen und deren etwaige Zielsetzung auf (K4/K6) 	<p>Daten auswerten und interpretieren</p> <p>Visualisierung von Daten</p> <ul style="list-style-type: none"> – Diagramme, mit denen man absolute Häufigkeiten darstellen kann (Säulendiagramm, Balkendiagramm) – Diagramme mit denen man relative Häufigkeiten darstellen kann (Kreisdiagramm, Streifendiagramm) – Diagramme, mit denen man Verläufe darstellen kann (Liniendiagramm) 	
<p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>nutzen passende Diagramme zur Visualisierung der Verteilungen von Daten (K4)</i> • <i>entnehmen Boxplots Kennwerte (K6)</i> • <i>erstellen aus gegebenen Datenmengen Boxplots, auch mit einer TK (K5)</i> • <i>interpretieren Boxplots (oder ähnliche Diagramme) und formulieren dazu Aussagen (K3)</i> 	<p><i>Diagramme, mit denen man die Verteilung von Daten darstellen kann (Boxplot)</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> – Bei der Arbeit mit Boxplots (oder ähnlichen Diagrammen) steht deren grundsätzlicher Charakter im Vordergrund, nicht die algorithmische Bestimmung bzw. Berechnung der Kennwerte. – Außer Boxplots können auch andere Visualisierungen von Verteilungen betrachtet werden, z. B. Perzentilkurven, die zur Darstellung der Körpergrößen von Kindern genutzt werden. – Eine Betrachtung weiterer Diagrammartentypen, wie Heatmaps oder Infografiken erweitern den Blick auf visuelle Datendarstellungen im Alltag. 		

Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • geben geometrische begründete Wahrscheinlichkeiten in idealisierten Fällen an (K3) • führen ein Zufallsexperiment händisch durch und berechnen relative Häufigkeiten (K2) • schätzen unbekannte Wahrscheinlichkeiten über relative Häufigkeiten (K1) • schätzen mithilfe der Wahrscheinlichkeit eines Merkmals dessen Häufigkeit in einer Datenerhebung (K1) • erläutern, dass die (theoretische) Wahrscheinlichkeit ein Schätzwert für die relative Häufigkeit ist (K1) • erläutern, dass die relative Häufigkeit ein Schätzwert für unbekannte Wahrscheinlichkeiten ist (K1) • unterscheiden zwischen geometrischen begründeten Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten, die statistisch hinterlegt sind (K1) • beschreiben die Besonderheiten von Laplace-Experimenten (K6) • bestimmen rechnerisch Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei Laplace-Experimenten (K5) • greifen beim Modellieren von Zufallsexperimenten auf Laplace-Experimente zurück (z. B. Augensumme beim Doppelwürfel, Glücksrad mit unterschiedlichen Sektoren) (K3) • verwenden eine TK, um Zufallsexperimente zu simulieren und auszuwerten (K5) • strukturieren geeignete Situationen zu zweistufigen Zufallsexperimenten (K4) • übertragen Angaben aus Texten oder Bildern in Baumdiagramme (K3) • interpretieren und erläutern gegebene Baumdiagramme (K4) • bestimmen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei zweistufigen Zufallsexperimenten (K5) 	<p>Wahrscheinlichkeit</p> <p>Gesetz der großen Zahlen Laplace-Experiment zweistufige Zufallsexperimente</p>

Themenfeld: Daten und Zufall		Mathematik 7/8 G/E
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <p><i>E-Kurs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>nutzen die Begriffe Ergebnis bzw. Elementarereignis und Ereignis kontextorientiert (K6)</i> • <i>nutzen und erläutern die Begriffe sicheres Ereignis, unmögliches Ereignis und Gegenereignis (K6)</i> • <i>verwenden für Ereignisse auch die Notation in Mengenschreibweise (K5)</i> 	<p>Wahrscheinlichkeit</p> <p><i>Ergebnis und Ereignis</i></p> <p><i>sicheres Ereignis</i></p> <p><i>unmögliches Ereignis</i></p> <p><i>Gegenereignis</i></p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> - Das Strukturieren eines Vorgangs über eine Reihenfolge kann helfen, die Situation erfolgreich zu modellieren. Dies trägt z. B. beim gleichzeitigen Werfen von Münzen oder Würfeln. - Die Pfadregeln sollten anhand eingängiger Kontexte erläutert und mithilfe relativer Häufigkeiten nachvollzogen werden. Ein Übergang von Anzahlen zu Anteilen in Kontexten unterstützt das Verstehen. - Die Abstraktionsleistung, die das Mathematisieren mit Baumdiagrammen erfordert, ist beachtlich. Eine Nutzung von Baumdiagrammen als Strukturierungsmittel, z. B. bei Fallunterscheidungen, sollte der Verwendung zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten vorausgehen. 		

Hinweise**Methodische Hinweise**

- Wie in vielen anderen Bereichen der Mathematik ist ein handelnder Zugang in diesem Themengebiet methodisch obligatorisch - sei es eine selbstdurchgeführte Umfrage oder das händisch durchgeführte Zufallsexperiment.
- Baumdiagramme werden in vielen Kontexten genutzt: Als Möglichkeit alle Wege durch ein Gitternetz zu beschreiben oder um Entscheidungssequenzen darzustellen.

Querverbindungen im Lehrplan

- Klassenstufe 5/6: *Zufall und Statistik*
- Klassenstufe 5/6: *Grundvorstellung von Brüchen - Verhältnisse*
- Klassenstufe 7/8: *Rationale Zahlen* – Rechnen mit rationalen Zahlen
- Klassenstufe 7/8: *Zuordnungen und Funktionen* – Diagramme, Dreisatzrechnung
- Klassenstufe 7/8: *Prozente - Prozentsätze*
- Klassenstufe 9/10: *Wahrscheinlichkeit und Statistik*

Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte

- Diagramme zu statistischen Erhebungen spielen in vielen Fächern eine Rolle. Insbesondere die Gesellschaftswissenschaften und das Fach Deutsch arbeiten mit der Auswertung solcher „diskontinuierlichen Texte“. Hier bieten sich fachübergreifende Herangehensweisen und Absprachen zwischen den Fachkonferenzen bei der Verwendung von Formulierungen, Begriffen und Sprechweisen an.

