

Lehrplan

# Mathematik

Gemeinschaftsschule

Klassenstufen 5 und 6

2018

## Themenfelder der Klassenstufen 5 und 6

<b>Themenfelder Klassenstufen 5 und 6</b>	<b>Mathematik</b>
Themenfeld: Brüche und negative Zahlen	
Themenfeld: Daten und Zufall	
Themenfeld: Größen	
Themenfeld: Natürliche Zahlen	
Themenfeld: Muster und Strukturen	
Themenfeld: Geometrie	

### **Einordnung des Themenfeldes**

Bereits in der Grundschule erwerben die Schülerinnen und Schüler Grundvorstellungen von Brüchen. Meist sind diese auf die Aspekte Teil eines Ganzen sowie Teil mehrerer Ganzer beschränkt. Im Zusammenhang mit Sachsituationen können negative Zahlen in der Primarstufe bereits eine Rolle spielen. Dezimalbrüche werden im Kontext von Größenangaben genutzt.

Die Klassenstufen 5 und 6 bilden vor diesem Hintergrund eine Phase, in der die Erweiterung dieser Grundvorstellungen ebenso stattfindet wie das erste Rechnen mit Brüchen, bevor in der Klassenstufe 7 erstmals ein ordnender Blick auf die Zahlbereiche erfolgt. Dieser ermöglicht dann einen strukturierten Transfer der Recheneigenschaften (Kommutativität, Assoziativität, Distributivität, neutrale Elemente, inverse Elemente) auf die neuen Zahlen. Bei nichtnegativen Dezimalbrüchen werden die Addition und die Subtraktion auf der Basis bei Größen erworbener Vorstellungen systematisiert. Als Grundlage hierfür dienen die bekannten Algorithmen in den natürlichen Zahlen – eventuell unter Zuhilfenahme der Stellenwerttafel.

### **Didaktische Hintergründe**

Im Lehrplan steht *Bruch* für eine mit (ganzzahligem, zunächst natürlichem) Zähler und (natürlichem) Nenner geschriebene Zahl. *Bruchzahl* erfasst einerseits eine Klasse gleichwertiger Brüche sowie andererseits die entsprechende Dezimalbruchdarstellung. Ein *Dezimalbruch* ist ein Bruch in Dezimaldarstellung, der abbrechend (endlich) oder periodisch sein kann.

Die verschiedenen Aspekte von Brüchen (z. B. *Teil eines Ganzen*, *Teil mehrerer Ganzer*, *Operator*, *Quotient*, *Verhältnis*, *Dezimalbruch*, *Prozentsatz*, „ganze“ Zahl) zeigen die Komplexität des Themas. Neben dem Anspruch, mit einigen der Grundvorstellungen zu beginnen und das Repertoire dann behutsam zu erweitern, sollte die Betonung der inhaltlich-anschaulichen Aspekte im Vordergrund des Unterrichts stehen. Unabdingbar ist auf dieser Stufe ein handlungsorientiertes, aktiv-entdeckendes Arbeiten mit konkreten Materialien. Bei Brüchen ist die Identifikation des Bezugs-ganzen im Zusammenhang mit den Anteilsvorstellungen wichtig, insbesondere im Hinblick auf die Prozentrechnung.

Die Erweiterung des Zahlbereiches der Natürlichen Zahlen auf die negativen Zahlen sollte in Kontexten erfolgen, die die Notwendigkeit eines neuen Zahlbereiches deutlich werden lassen. Ein Kontext kann hierbei auch innermathematisch sein; so stellt sich bei der Subtraktion irgendwann die Frage nach weiteren Zahlen. Das Rechnen bleibt in diesem Zahlenbereich auf Addition und Subtraktion mit ganzen und natürlichen Zahlen in Sachkontexten und daraus abgeleiteten einfachen Aufgaben beschränkt.

Im Bereich der Dezimalbrüche ist ein Anschluss an den Umgang mit Größen in der Primarstufe möglich. Die Addition und die Subtraktion folgen hierbei dem Muster entsprechender Algorithmen bei den natürlichen Zahlen, schriftliche Rechenverfahren können in dieser Phase bereits eingeübt werden. Die Multiplikation mit Zehnerpotenzen und die Division durch Zehnerpotenzen leistet Vorarbeit für die schriftliche Division der Dezimalbrüche, die in Klassenstufe 7 folgt.

### **Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

*Grundvorstellungen von Brüchen*, die an konkrete Handlungen anknüpfen, sind die Grundlage des Verstehens der Thematik. Ähnliches gilt auch für die *negativen Zahlen*, für die bei vielen Schülerinnen und Schülern bereits früh ein intuitives, in der Alltagswelt verortetes Verständnis vorhanden ist. Beide Lernabschnitte, auf jeden Fall aber der erste, sollten bereits in der Klassenstufe 5 behandelt werden. Das *Operieren mit Brüchen und Dezimalbrüchen* ist sinnvollerweise erst in Klassenstufe 6 zu verorten.



Themenfeld: Brüche und negative Zahlen		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• benennen die einzelnen Teile der Dezimalbruchdarstellung (K6)</li> <li>• erläutern die einzelnen Teile eines Dezimalbruches (K1)</li>   <li>• zerlegen nichtperiodische abbrechende Dezimalbrüche in Zehnerpotenzsummen (K4)</li>   <li>• tragen Dezimalbrüche an der Zahlengeraden ein und lesen sie dort ab (K5)</li> <li>• skalieren die Zahlengerade passend für einzutragende Dezimalbrüche (K2)</li> <li>• ordnen Dezimalbrüche an (K5)</li>   <li>• wandeln nichtperiodische und einfache periodische Dezimalbrüche in Brüche um und umgekehrt (K4)</li> <li>• erläutern die Periode bei Dezimalbrüchen (K1)</li> <li>• erklären, wann ein Dezimalbruch periodisch ist (K1)</li>   <li>• runden Dezimalbrüche auf vorgegebene Stellenwerte (K5)</li> </ul>	<p>Dezimalbrüche Komma, Vorkommastellen, Nachkommastellen</p> <p>Bezeichnungen abbrechend, periodisch und nichtperiodisch</p> <p>Runden</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Bruch in der Interpretation als Verhältnis findet z. B. im Maßstab oder in Mischungsangaben Verwendung; Bruch in der Auffassung als relativer Anteil bezeichnet die Nutzung des Bruches als Operator in Anwendung auf eine Größenangabe (z. B. Ein Fünftel von 100 Euro).</li> <li>– Neben den genannten Grundvorstellungen existieren auch weitere, für die späteren Jahrgangsstufen durchaus bedeutende, so Bruch als absoluter Anteil („3 von 4“). Bruch als Quasi-kardinalzahl („3 Viertel“) und nicht zuletzt als Quasiordinalzahl („jeder Vierte“). Auch diese sollen im Unterricht eine Rolle spielen, sind aber hier nicht explizit erwähnt. Bruch als Prognosewert für die Wahrscheinlichkeit oder relative Häufigkeit eines Ereignisses bietet eine Chance zur Verknüpfung mit dem Themenfeld Daten und Zufall.</li> <li>– Bruchschreibweisen aus dem Umfeld der Schülerinnen und Schüler, z. B. mit einem schrägen Strich als Bruchstrich, sollen gelesen werden können.</li> <li>– Als periodische Dezimalbrüche sollten Brüche mit den Nennern 3, 6 und 9 gewählt werden.</li> </ul>		

<b>Themenfeld: Brüche und negative Zahlen</b>		<b>Mathematik 5/6</b>
<b>Verbindliche Kompetenzschwerpunkte</b>	<b>Verbindliches Fachwissen</b>	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erweitern und kürzen einfache Brüche (K5)</li> <li>• veranschaulichen Erweitern und Kürzen an Rechteck- bzw. Kreisdiagrammen (K4)</li> <li>• nutzen die Teilbarkeitskriterien beim Kürzen und Erweitern von Brüchen (K2)</li>   <li>• wechseln bei Brüchen zwischen Bruch- und Dezimalbruchschreibweise (bei Brüchen mit auf Zehnerpotenzen erweiterbaren/kürzbaren Nennern) (K4)</li> <li>• skalieren den Zahlenstrahl geeignet nach einem Hauptnenner (K2)</li>   <li>• geben den Wert der Summe zweier Brüche an (K5)</li> <li>• geben den Wert der Differenz zweier Brüche an (K5)</li> <li>• erläutern, wie man Brüche addiert und subtrahiert (K6)</li>   <li>• geben Anteile von ganzen Zahlen und von Brüchen an (K5)</li>   <li>• veranschaulichen das Produkt aus einem Bruch und einer natürlichen Zahl als Bruchteil der natürlichen Zahl (K4)</li> <li>• erläutern das Produkt aus einer natürlichen Zahl und einem Bruch als verkürzte Addition des Bruches (K1)</li> <li>• veranschaulichen das Produkt zweier Brüche als Maßzahl des Flächeninhaltes eines Rechtecks (K4)</li>   <li>• teilen natürliche Zahlen durch einfache Brüche (K4)</li> <li>• teilen natürliche Zahlen und Brüche durch natürliche Zahlen (K4)</li>   <li>• nennen die Kehrzahl zu einer gegebenen Zahl (K5)</li> <li>• erläutern die Rolle der Kehrzahl (K6)</li>   <li>• bearbeiten Aufgaben mit Brüchen in Kontexten (K2)</li> </ul>	<p><b>Operieren mit Brüchen</b></p> <p>Vergleichen und Ordnen  Addition und Subtraktion  Berechnen von Anteilen  Aufteilen und Verteilen</p>	

Themenfeld: Brüche und negative Zahlen		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ordnen und vergleichen Dezimalbrüche (K2)</li> <li>• addieren endliche Dezimalbrüche, auch schriftlich (K5)</li> <li>• subtrahieren endliche Dezimalbrüche, auch schriftlich (K5)</li> <li>• multiplizieren endliche Dezimalbrüche, auch schriftlich (K5)</li> <li>• überschlagen das Ergebnis einer Addition, Subtraktion oder Multiplikation von Dezimalbrüchen</li> <li>• rechnen mit Dezimalbrüchen in Umweltsituationen (K3)</li> </ul>	<p><b>Operieren mit Dezimalbrüchen</b></p> <p>Vergleichen und Ordnen Addition und Subtraktion Multiplikation</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Beim Rechnen mit Brüchen soll sich weitgehend auf die Bruchfamilien mit den Nennern 2, 4, 8, 16 – 3, 6, 9, 12 – 5, 10, 20, 25, 100 (in gekürzter Bruchdarstellung) beschränkt werden.</li> <li>– Das schriftliche Rechnen mit endlichen Dezimalbrüchen folgt den Regeln für die natürlichen Zahlen. Mit periodischen Dezimalbrüchen kann nur durch Umwandlung in Brüche gerechnet werden.</li> <li>– Das Aufteilen beantwortet die Frage ‚Wie oft geht x in y?‘. Der Bruch dazu lautet <math>\frac{y}{x}</math>. Das Ergebnis ist in jedem Kontext dimensionslos.</li> <li>– Das Verteilen beantwortet die Frage ‚Wenn ich y auf x Personen verteile – wie viel bekommt dann jede?‘. Der Bruch dazu lautet ebenfalls <math>\frac{y}{x}</math>. Das Ergebnis in einem Kontext trägt die Maßeinheit von y.</li> </ul>		

Themenfeld: Brüche und negative Zahlen		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern Zwecke negativer Zahlen (K5)</li> <li>• ordnen negative und positive Zahlen der Größe nach (K2)</li> <li>• geben den Abstand zweier negativer Zahlen bzw. zwischen einer negativen und einer positiven Zahl an der Zahlengeraden an (K4)</li> <li>• nennen zu Zahlen die Gegenzahl (K5)</li> <li>• geben den Betrag einer Zahl an (K5)</li>   <li>• erweitern das Koordinatensystem auf die vier Quadranten (K4)</li>   <li>• addieren natürliche Zahlen zu ganzen Zahlen in Sachkontexten (K5)</li> <li>• subtrahieren natürliche Zahlen von ganzen Zahlen in Sachkontexten (K5)</li> <li>• erläutern die uneingeschränkte Durchführbarkeit der Subtraktion in <math>\mathbb{Z}</math></li> </ul>	<p><b>negative Zahlen, ganze Zahlen</b></p> <p>Anordnung</p> <p>Abstand, Betrag</p> <p>Addition und Subtraktion</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Der Verbleib in Sachkontexten soll einer zu frühen Anwendung von algorithmischen Regeln vorbeugen. Auch sollten zunächst höchstens zwei Zahlen durch Operationen verbunden werden.</li> <li>– Addition von natürlichen Zahlen und ganzen Zahlen sowie Subtraktion von natürlichen Zahlen von ganzen Zahlen findet in diesem Stadium auf der Grundvorstellungsebene statt und nicht ausschließlich mithilfe gelernter Algorithmen oder Regeln. Bezüge zu realen Situationen sind dabei notwendig.</li> <li>– Die Tragweite von Alltagsmodellen sollte vor der Einführung überdacht werden. Einige Alltagsbezüge können aufgrund ihrer spezifischen Beschaffenheit eher zur Verwirrung als zur Klärung führen.</li> </ul>		

**Hinweise****Methodische Hinweise**

- Das Themenfeld ist ein Betätigungsfeld für die Verknüpfung von Algebra und Geometrie.
- Das Geo-Brett ist ein gutes Werkzeug für die Beschäftigung mit Anteilen, vor allem wenn es um das Identifizieren des (variierenden) Ganzen geht.
- Mithilfe von LEGO-Bausteinen können eine Reihe von Grundvorstellungen (z. B. Anteil eines Ganzen, Anteil mehrerer Ganzer, Verhältnis) enaktiv erfahren werden.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Klassenstufe 5/6: *Natürliche Zahlen*
- Klassenstufe 5/6: *Größen*
- Klassenstufe 7/8: *Rationale Zahlen*

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- Anteile von Größen (Flächenvergleiche, Einwohnerzahlvergleiche) und negative Zahlen (Temperatur, Höhenlage in Bezug auf NN) spielen in den Gesellschafts- und Naturwissenschaften in den Klassenstufen 5 und 6 bereits eine wichtige Rolle.
- Im Kunstunterricht sind Anteile, deren Gestaltung und deren Veränderung ein Stilmittel beim Zeichnen.

**Einordnung des Themenfeldes**

Methoden der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung gehören zu den Grundlagen der Analyse von Sachverhalten und der Prognose von Entwicklungen in unterschiedlichen Kontexten. Kenntnisse über dort verwendete Denk- und Arbeitsweisen sind Bestandteil der Allgemeinbildung.

Intuitives Einschätzen von Chancen ist bereits in der Primarstufe möglich und wird dort behandelt, ohne einen Wahrscheinlichkeitsbegriff zu definieren. In der Grundschule machen Schülerinnen und Schüler zudem erste Erfahrungen mit statistischen Methoden wie dem Sammeln, dem Darstellen sowie dem Interpretieren von Daten.

In den Klassenstufen 5 und 6 werden die Erfahrungen mit statistischen Methoden vertieft und systematisiert. Dies geschieht durch das Schärfen und das Erweitern der Begriffe und durch zusätzliche Diagrammartentypen. Die begründete Auswahl einer Diagrammdarstellung und die selbständige Einrichtung von Datenklassen und Skalen verlangen Eigenständigkeit bei der Aufgabenbearbeitung.

Darüber hinaus wird die Grundlage für ein weiteres Verstehen der Wahrscheinlichkeit gelegt. Hierzu zählt u. a. die Einsicht, dass statistische Daten bei einem sich wiederholenden zufallsbestimmten Vorgang und Aussagen über naheliegende Wahrscheinlichkeiten miteinander einhergehen. Die Systematisierung dieses Wissens erfolgt dann in Klassenstufe 7.

**Didaktische Hintergründe**

Der reflektierte Umgang mit einer zunehmenden Menge an Daten und einer immer breiteren Verfügbarkeit von Daten sowie das Treffen von Entscheidungen unter unsicheren Bedingungen sind Fähigkeiten, die im Alltag der Schülerinnen und Schüler relevant sind. Die Klassenstufen 5 und 6 bilden hierbei eine Brücke zwischen dem propädeutischen Zugang der Primarstufe und dem strukturierten mathematischen Zugang in höheren Klassenstufen.

Daten werden gesammelt und in Tabellen und Diagrammen dargestellt. Dies dient der Beantwortung weitergehender Fragestellungen, z. B. der Überprüfung von Annahmen über Wahrscheinlichkeiten. Den Schülerinnen und Schülern stehen zusätzliche Diagrammartentypen zur Verfügung, die begründet ausgewählt, (auch mithilfe von Software) angefertigt und beurteilt werden. Dabei müssen mitunter Datenklassen und Skalen gewählt werden. Komplexere Beispiele und zusätzliche Strukturierungswerkzeuge erfordern neue Strategien, Redemittel und erweiterte Lesekompetenz.

Aufgrund selbst durchgeführter Zufallsexperimente bzw. ausgewerteter Datenmengen werden Aussagen getroffen. Vermutungen, wie z.B. diejenige, dass beim zweifachen Münzwurf das Ereignis „einmal Kopf und einmal Zahl“ genauso wahrscheinlich ist wie die Ereignisse „zweimal Zahl“ und „zweimal Kopf“, können nun auf verschiedene Weisen überprüft werden: durch kombinatorische Überlegungen, Symmetriebetrachtungen und Experimente.

**Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

Die Lernabschnitte *Daten erfassen und strukturieren* und *Daten auswerten und interpretieren* können integriert in einer Unterrichtseinheit behandelt werden. Die erworbenen Kompetenzen aus den ersten beiden Lernabschnitten sind Voraussetzung für den dritten Lernabschnitt *Zufallsexperimente*.

Alle Lernabschnitte können in beiden Klassenstufen, integriert in jeweils einer Unterrichtseinheit, eine Rolle spielen. Beispielsweise werden die Diagrammartentypen in Klassenstufe 6 um Kreisdiagramme und Streifendiagramme ergänzt, mit denen auch relative Häufigkeiten dargestellt werden können.

**Werkzeuge**

Im Rahmen dieses Themenfeldes muss in diesen Klassenstufen eine TK<sup>1</sup> genutzt werden. Sie ermöglicht den Umgang mit großen Datensätzen und bietet ein breites Repertoire an Darstellungsmöglichkeiten. Ziel sollte in erster Linie sein, vergleichend mit den verschiedenen Diagrammartentypen zu experimentieren, bei der Berechnung der Kennwerte Minimum, Maximum, arithmetischer Mittelwert und Spannweite erste Erfahrungen mit der Syntax einer TK zu machen und Klassenbildung als notwendiges Strukturierungsmittel zu erfahren.

<sup>1</sup> **Abkürzungen:** TK – Tabellenkalkulation; DGS – Dynamische Geometriesoftware; WTR – Wissenschaftlicher Taschenrechner gemäß den Kriterien der LFK;;



Themenfeld: Daten und Zufall		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen kontextgerecht geeignete Skalen (K3)</li> <li>• stellen Daten kontextgerecht in Diagrammen dar (K4)</li> <li>• vergleichen unterschiedliche Diagramme zu einer Datenerhebung (K1)</li> <li>• erzeugen Diagramme mit einer TK (K5)</li> <li>• entnehmen Diagrammen Informationen (K4)</li> <li>• formulieren inhaltlich relevante Aussagen zu gegebenen Datenmengen bzw. Diagrammen (K1)</li> <li>• überprüfen Aussagen zu Daten oder Diagrammen auf ihren Wahrheitsgehalt (K1)</li> <li>• veranschaulichen den arithmetischen Mittelwert in Säulendiagrammen (K4)</li> <li>• leiten aus Datenauswertungen einfache Aussagen über die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen ab (K1)</li> </ul>	<p><b>Daten auswerten und interpretieren</b></p> <p>Auswertung von Daten</p> <p>Diagramme, mit denen man absolute Häufigkeiten darstellen kann (Säulendiagramm, Balkendiagramm, etc.)</p> <p>Diagramme, mit denen man Verläufe darstellen kann (Liniendiagramm, etc.)</p> <p>Diagramme, mit denen man relative Häufigkeiten darstellen kann (Kreisdiagramm, Streifendiagramm, etc.)</p>	
Hinweise		
<p>– Diagrammarten, mit denen man relative Häufigkeiten darstellen kann, wie das Kreisdiagramm oder das Streifendiagramm, werden sinnvollerweise erst in Klassenstufe 6 eingeführt, wenn Bruchteile zur Verfügung stehen. Das bietet eine gute Gelegenheit, das Thema Daten auswerten und interpretieren im Sinne eines spiralförmigen Curriculums erneut aufzugreifen.</p>		

Themenfeld: Daten und Zufall		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nennen und beschreiben Zufallsexperimente (K6)</li> <li>• führen Zufallsexperimente durch (K3)</li> <li>• erläutern des Begriff „zufällig“ (K1)</li> <li>• werten Zufallsexperimente aus (K4)</li> <li>• bestimmen Wahrscheinlichkeiten als Anteil der günstigen Ereignisse von der Anzahl der möglichen Ereignisse eines Zufallsexperiments (K1)</li> <li>• überprüfen Vermutungen über das Eintreten von Ereignissen mithilfe von Versuchsreihen (K5)</li> <li>• treffen Wahrscheinlichkeitsaussagen aufgrund geometrischer Eigenschaften eines Objekts (K1)</li> </ul>	<p><b>Zufallsexperimente</b></p> <p>Durchführen einfacher Zufallsexperimente</p> <p>Wahrscheinlichkeitsaussagen</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– In Klassenstufe 6 können Wahrscheinlichkeitsaussagen auf der Grundlage einfacher Brüche oder Prozente angegeben werden.</li> </ul>		

**Hinweise****Methodische Hinweise**

- Einfache Simulationen fördern das Verständnis für den Zusammenhang zwischen statistischen Erhebungen und Wahrscheinlichkeiten.
- Insbesondere das Überprüfen falscher bzw. ungeeigneter Annahmen über Wahrscheinlichkeiten fördert den forschenden Ansatz.
- Als Zwischenstufe zum Erstellen von Diagrammen eignet sich z. B. die Darstellung mit Haftnotizzetteln an der Tafel
- Der Einsatz authentischer und die Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler betreffende Diagramme aus Zeitungen, Zeitschriften und dem Internet ist gewinnbringend.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Grundschule: Leitidee *Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeit*
- Klassenstufe 5/6: *Muster und Strukturen*
- Klassenstufe 5/6: *Brüche und negative Zahlen*
- Klassenstufe 5/6: *Größen*
- Klassenstufe 7/8: *Daten und Zufall*

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- In den Gesellschaftswissenschaften und im Fach Deutsch spielen Diagramme und statistische Aussagen auch schon in Klassenstufe 5 eine Rolle. Eine fächerübergreifende Unterrichtseinheit bietet sich an.
- Verschiedene Sportarten bieten eine Reihe von Möglichkeiten, statistische Daten zu analysieren und zu interpretieren. Eine Verbindung zum Themenfeld Größen liegt hierbei nahe.

**Einordnung des Themenfeldes**

Größenvorstellungen werden bereits in der Grundschule erworben und durch Vergleiche, Messungen und Schätzungen gefestigt. Die Schülerinnen und Schüler kennen und nutzen gebräuchliche Maßeinheiten, ordnen Repräsentanten von Größen und passende Einheiten einander zu und rechnen bereits mit einfachen Brüchen und Dezimalbrüchen in verschiedenen Größenbereichen. Darüber hinaus lernen sie, mit unterschiedlichen Messgeräten zu messen und Größen begründet zu schätzen.

In Klassenstufe 5 und 6 werden diese Kompetenzen aufgegriffen und systematisiert: Insbesondere werden Ober- und Untereinheiten für Flächeninhalte und Rauminhalte ergänzt und Zusammenhänge geometrischer Größen (Länge, Flächeninhalt, Volumen) untersucht. Neben Messungen sowie Zuordnungen von Größen zu Objekten kommen nun vermehrt Rechnungen mit und Umrechnungen von Größen hinzu. Rechnungen und auch der Maßstab als die Angabe eines Größenverhältnisses werden vorzugsweise an Kontexte gebunden.

Innerhalb beider Klassenstufen werden Größen in der Geometrie, bei funktionalen Zusammenhängen und im kontextbezogenen Rechnen mit Brüchen benutzt. Umgekehrt wenden die Schülerinnen und Schüler u. a. Bruchteile und Proportionalität beim Messen und Umrechnen von Größen oder im Umgang mit dem Maßstab an.

Als Verbindung zwischen Realität und Mathematik spielen Größen im Rahmen von Sach- und Modellierungsaufgaben in zahlreichen Themenfeldern dieser und folgender Klassenstufen eine wichtige Rolle.

**Didaktische Hintergründe**

Größenvergleiche verschiedener Objekte erfordern zunächst keine Rechnung, sondern Handlung – *das Messen*. Hierbei greifen drei Kernideen ineinander: das Auswählen adäquater Maßeinheiten, das sachgerechte additive Ausschöpfen mit dieser Einheit und gegebenenfalls das systematische Untergliedern dieser Einheit. So können Größen verstanden und Vorstellungen zum Rechnen mit Größen entwickelt werden. Schülerinnen und Schüler lernen handelnd Repräsentanten (z. B. Flächen) mit passenden Größen (z. B. Flächeninhalt) zu verbinden, sie mit passenden Messinstrumenten (z. B. Einheitsquadrate, Rasterfolien) in passenden Messprozessen (z. B. Überdecken) und mit passenden Einheiten (z. B. Meterquadrate oder Zentimeterquadrate) zu messen. Hieraus entsteht sowohl ein Verständnis für Größen als Eigenschaft von Objekten als auch für das Rechnen mit und Umwandeln von Größen.

Um bei Messungen die Genauigkeit der Angaben zu erhöhen, treten Maßzahlen von Größen auch als Bruchteile auf, wobei Bruchteile von Maßeinheiten zu neuen Maßeinheiten werden. Beim Zerlegen und Ergänzen müssen gleiche Einheiten gewählt werden; gleichzeitig wird Multiplizieren (Vervielfachen) und Dividieren von Größen mit Verständnis und unter Auswahl der richtigen Einheiten geübt (Verteilen als Division durch eine natürliche Zahl bzw. Aufteilen und Messen als Division durch eine Größe gleicher Dimension).

**Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

Der erste Lernabschnitt *Größenvorstellungen und Messen* beinhaltet konkrete Handlungen des Messens, die Grundlage für das weitere Verständnis sind. Dieser Lernabschnitt muss in Klassenstufe 5 behandelt werden. Hier werden insbesondere Größenvorstellungen durch Messungen, Vergleiche und Schätzungen weiterentwickelt. Darüber hinaus werden Zusammenhänge zwischen Flächeninhalt, Länge und Volumen untersucht.

Im zweiten Lernabschnitt *Mit Größen rechnen und Modellieren* werden zum einen Rechnungen und Umrechnungen systematisiert und eingeübt, zum anderen das Messen und Rechnen in Sachzusammenhänge eingebettet. Hier kann ein größeres Projekt durchgeführt werden, das auch eigenständige Messungen erfordert (z. B. Schulgelände und -gebäude vermessen).

Die Lernabschnitte und die unterschiedlichen Größenbereiche werden im Sinne einer Spiraldidaktik auf verschiedene Unterrichtseinheiten aufgeteilt und bearbeitet.







## Hinweise

**Methodische Hinweise**

- Größere Projekte mit offenen Fragestellungen wie „Hat ein Playmobilmännchen eher die Form eines Kindes oder eines Erwachsenen? oder „Passen alle Klassen unserer Schule auf ein Fußballfeld?“ erfordern alle Kompetenzen des Messens und (Um-)Rechnens mit Größen und lassen die Schülerinnen und Schüler den gesamten Modellbildungskreislauf im Kontext von Größen erfahren.
- Beim Vermessen z. B. des Schulgebäudes oder des Klassenraumes sollten möglichst viele verschiedene Messgeräte zur Verfügung stehen.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Klassenstufe 5/6: *Natürliche Zahlen*
- Klassenstufe 5/6: *Brüche und negative Zahlen*
- Klassenstufe 5/6: *Geometrie*
- Klassenstufe 7/8: *Geometrie*
- Klassenstufe 7/8: *Zuordnungen und Funktionen*
- Klassenstufe 7/8: *Rationale Zahlen*

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- Maßstäbe spielen im Fach Erdkunde eine wichtige Rolle.
- In den Naturwissenschaften, besonders in der Physik, sind Größen für ein grundlegendes Verständnis vieler Themen zentral.

**Einordnung des Themenfeldes**

In der Primarstufe wird dem Arbeiten mit den natürlichen Zahlen im Vergleich zu anderen Themengebieten viel Zeit gewidmet. Verstehendes Lernen, in dem mathematische Zusammenhänge erkannt werden, Probleme eigenständig gelöst werden und Kommunikation darüber betrieben wird, unterstützt dabei das Automatisieren, welches in der Primarstufe als eigener Kompetenzbereich ausgewiesen ist.

In der Sekundarstufe I wird das dezimale Stellenwertsystem erweitert. Erfahrungen mit Zahlzerlegungen und geschicktem Rechnen münden in allgemeine Recheneigenschaften, wie der Kommutativität, der Assoziativität und der Distributivität. Der Aufbau eines ordinalen und kardinalen Zahlverständnisses wird weitergeführt, z. B. durch Arbeiten an der Zahlengeraden oder kontextgerechten Überschlagsrechnungen sowie Schätzen. Die schriftlichen Rechenverfahren werden weitertrainiert. Darüber hinaus werden Themen wie Teilbarkeit, Teiler- und Vielfachenmengen, Primzahlen und die Primfaktorzerlegung behandelt.

Ein automatisiertes und flexibel genutztes kleines Einmaleins sowie ein fundiertes Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems sind wichtige Grundlagen für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I.

**Didaktische Hintergründe**

Wenn ab der Klassenstufe 7 der Taschenrechner genutzt wird, taucht häufig die Frage nach dem Sinn und der Berechtigung schriftlicher Rechenverfahren auf. Tatsächlich tritt ihre Bedeutung gegenüber den wesentlichen Aspekten im Themenfeld „Natürliche Zahlen“ in den Hintergrund: nämlich einer flexiblen Zahlvorstellung sowie Sicherheit beim Strukturieren und Operieren mit den Zahlen.

Die Grundvorstellungen im Bereich der Rechenoperationen (Addieren – Hinzufügen, Subtrahieren – Abziehen/Wegnehmen/Ergänzen/Auffüllen, Multiplizieren – wiederholtes Hinzufügen/Anordnen im Rechteckmuster, Dividieren – Verteilen/Aufteilen) sind Inhalte der Grundschulmathematik. Da deren Aufbau für viele Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Sekundarstufe noch nicht abgeschlossen ist, werden entsprechende mathematische Operationen immer wieder mit Handlungen verdeutlicht. Dabei ist es sinnvoll, auch auf die Darstellungsmittel der Grundschule, wie z. B. Hunderter-Punktfelder oder Dienes-Material (Einerwürfel, Zehnerstangen, Hunderterplatten und Tausenderwürfel), zurückzugreifen.

Der Einsatz der schriftlichen Rechenverfahren ist kritisch zu hinterfragen. Bei einer Aufgabe wie  $305 - 298$  sollte die Wahl normalerweise nicht auf die schriftliche Subtraktion fallen, sondern das Ergebnis 7 z. B. durch Ergänzen ermittelt werden. Ähnliches gilt für Rechnungen, wie z. B.  $3 \cdot 99$ .

Auf der Basis der o. g. Grundvorstellungen werden mathematische Tätigkeiten wie Schätzen, Überschlagsrechnen oder Runden ausgeführt.

**Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

Die Lernabschnitte *Natürliche Zahlen und ihre Darstellungen* sowie *Grundrechenarten* werden, sinnvoll über die beiden Schuljahre verteilt, in mehreren (produktiven) Unterrichtssequenzen behandelt. Einzelne Aspekte des Lernabschnitts *Teiler, Vielfache, Primzahlen* können mit der Erarbeitung des Flächeninhaltes des Rechtecks vernetzt werden. Auch hier bietet sich eine Verteilung über die Schuljahre an.

Themenfeld: Natürliche Zahlen		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lesen und schreiben große Zahlen bis zu einer Billion in Worten und in Ziffern (K4)</li> <li>• verwenden die Bezeichnungen für Stufenzahlen (K6)</li> <li>• ordnen den einzelnen Ziffern einer Zahl deren Stellenwert zu (K4)</li> <li>• nennen Nachbarzehner (-hunderter, -tausender ...) von Zahlen (K5)</li> <li>• tragen Zahlpunkte am Zahlenstrahl ein (K4)</li> <li>• lesen Zahlen an Zahlpunkten auf der Zahlengeraden ab (K4)</li> <li>• ermitteln Vorgänger und Nachfolger von Zahlen (K5)</li> <li>• skalieren den Zahlengerade kontextgerecht (K5)</li> <li>• ordnen Zahlen der Größe nach (K5)</li> <li>• runden Zahlen auf einen vorgegebenen Stellenwert (K5)</li> <li>• runden kontextgerecht, auch z. B. auf 50er (K5)</li> <li>• begründen, in welchen Kontexten gerundet werden darf (K1)</li> <li>• nutzen gerundete Zahlen für Überschlagsrechnungen (K5)</li> <li>• übersetzen römische Zahlschreibweise in unsere Zahlschreibweise und umgekehrt (K4)</li> <li>• erklären den Aufbau des dualen Stellenwertsystems (K6)</li> </ul>	<p><b>Natürliche Zahlen und ihre Darstellungen</b></p> <p>Dezimalsystem, Stufenzahlen Stellenwertsystem Zahlenstrahl</p> <p>Runden Überschlag</p> <p>römische Zahlschreibweise duales Stellenwertsystem</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Die römische Zahlschreibweise wird als Beispiel einer additiven Zahlschreibweise in Abgrenzung zu Stellenwertsystemen betrachtet.</li> <li>– Das Dual- oder das Hexadezimalsystem können in vertiefender Weise vorgestellt werden, um die Systematik von Stellenwertsystemen zu erläutern.</li> <li>– Im Alltag wird in bestimmten Kontexten z. B. auf 50er oder 500er (1763 ≈ 1750). Uhrzeitangaben werden manchmal auf Viertelstunden gerundet.</li> </ul>		



Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dividieren im Zahlenraum bis 100 durch einstellige Divisoren im Kopf (K5)</li> <li>• dividieren im Kopf durch 5, 25, 250, 50, 500, 12 und 15 (K5)</li> <li>• erläutern die besondere Rolle der Zahl 0 bei der Division (K1)</li>   <li>• dividieren schriftlich durch einstellige und einfache zweistellige Divisoren (K5)</li>   <li>• dividieren durch Stufenzahlen im Kopf (K5)</li> <li>• verwenden die Potenzschreibweise, um Produkte verkürzt darzustellen (K5)</li> <li>• berechnen einfache Potenzen (K5)</li> <li>• nennen die Quadratzahlen bis 400 (K5)</li>   <li>• berechnen den Wert von Termen (mit und ohne Klammersetzung) gemäß den Vorrangregeln (K5)</li> <li>• erstellen zu verbalen Beschreibungen (Zahl)Terme und umgekehrt (K6)</li>   <li>• nutzen die Kommutativität der Addition und der Multiplikation (K5)</li> <li>• erläutern, dass Potenzieren nicht kommutativ ist (K1)</li>   <li>• nutzen die Assoziativität der Addition und der Multiplikation (K5)</li> <li>• erläutern, dass Subtraktion und Division nicht assoziativ sind (K1)</li>   <li>• nutzen die Distributivität (K5)</li> </ul>	<p>Division dividieren, Quotient Dividend durch Divisor</p> <p>Potenzieren Potenz Basis hoch Exponent</p> <p>Zahlterme</p> <p>Rechenregeln Kommutativität der Addition und der Multiplikation</p> <p>Assoziativität der Addition und der Multiplikation</p> <p>Distributivgesetz</p>

**Hinweise**

- Beim (schriftlichen) Subtrahieren muss bedacht werden, dass in den Grundschulen z. T. unterschiedliche Verfahrensweisen eingesetzt werden: Entbündeln und Erweitern, sowie Ergänzen und Abziehen.
- Das Ergebnis zur Aufgabe  $6 \cdot 8 = 48$  kann mit der einfacheren Nachbaraufgabe  $5 \cdot 8 = 40$  begründet werden. Das Ergebnis zur Aufgabe  $5 \cdot 7 = 35$  kann mit der einfacheren Verdopplungsaufgabe  $10 \cdot 7 = 70$  begründet werden.
- Durch 5 lässt sich dividieren, indem zuerst verdoppelt und anschließend durch 10 dividiert wird.
- Summe, Differenz, Produkt, Quotient und Potenz bezeichnen jeweils den entsprechenden Term. Das Ergebnis einer Rechnung wird mit Wert der Summe (der Differenz, des Produktes, des Quotienten, der Potenz) bezeichnet.
- Dividiert werden kann auch sukzessiv, z. B.  $768 : 12 = 768 : 2 : 2 : 3$
- Bei der Division hilft die (linksseitige) Distributivität:  $72 : 6 = (60 + 12) : 6 = 60 : 6 + 12 : 6$
- Die schriftliche Division ist nicht Bestandteil des Grundschullehrplans.

Themenfeld: Natürliche Zahlen		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• begründen die Teilbarkeitsregeln für die Teilbarkeit durch 2, 5 und 10 (K1)</li> <li>• begründen die Teilbarkeitsregeln für die Teilbarkeit durch 4 und 8 (K1)</li> <li>• formulieren und wenden die Teilbarkeitsregeln für die Teilbarkeit durch 3 und 9 an (K5)</li> <li>• begründen eine Teilbarkeitsregel für Teilbarkeit durch 6 (K1)</li> <li>• unterscheiden zwischen Teilbarkeitsregeln und deren Kehraussage (K1)</li> <li>• entscheiden, ob eine Zahl durch eine andere teilbar ist (K2)</li> <li>• schließen Teilbarkeiten durch geeignete Argumentationen aus (K1)</li>   <li>• notieren Vielfache einer Zahl (K5)</li> <li>• begründen, dass eine Zahl unendlich viele Vielfache hat (K1)</li>   <li>• begründen, dass außer der 1 jede Zahl mindestens zwei Teiler hat (K1))</li>   <li>• begründen, dass jede Zahl (außer 0) nur endlich viele Teiler haben kann (K1)</li> <li>• erläutern, was eine Primzahl ist (K6)</li> <li>• ermitteln alle Primzahlen bis 100 (K2)</li>   <li>• ermitteln alle Teiler einer Zahl (K2)</li> <li>• zerlegen Zahlen in Produkte (K2)</li> <li>• zerlegen Zahlen in Primfaktoren (K5)</li> <li>• ermitteln den größten gemeinsamen Teiler zweier Zahlen (K2)</li> <li>• begründen, dass zwei Zahlen einen größten gemeinsamen Teiler haben (K1)</li> <li>• ermitteln das kleinste gemeinsame Vielfache zweier Zahlen (K2)</li> <li>• begründen, dass zwei Zahlen ein kleinstes gemeinsames Vielfaches haben (K1)</li> </ul>	<p><b>Teiler, Vielfache, Primzahlen</b></p> <p>Teilbarkeit, Teiler  Teilbarkeitsregeln  Vielfache  Primzahlen</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Bei der Frage nach den möglichen Maßen eines Rechtecks zu einem gegebenen Flächeninhalt kann zur Beschäftigung mit Fragen der Teilbarkeit führen.</li> <li>– Mit Hasse-Diagrammen lassen sich die Teiler von Zahlen, die maximal drei unterschiedliche Primfaktoren haben, strukturiert notieren. Zusammenhänge werden im Vergleich von Hasse-Diagrammen zu verschiedenen Zahlen sichtbar.</li> <li>– Der Euklidische Algorithmus (gerade in Gestalt der geometrischen Wechselwegnahme) ermöglicht eine schnelle und schematische Überprüfung, ob zwei Zahlen teilerfremd sind. Die Wechselwegnahme vernetzt dies mit der Geometrie (größte quadratische Kachel, mit der eine rechteckige Fläche gepflastert werden kann).</li> </ul>		

**Hinweise****Methodische Hinweise**

- Eine Reihe von Übe-Karteien bietet vielfältiges Aufgabenmaterial zu den Grundrechenarten. Es sollte darauf geachtet werden, auch bei der Automatisierung stets die Grundvorstellungen anzuregen, z. B. durch passende Visualisierungen oder Situationen des Alltags.
- Hunderterfeld und Rechenrahmen sollten bei Lernschwierigkeiten als Hilfsmittel zur Verfügung stehen. Zur Fundierung des Dezimalsystems kann Dienes-Material (Tausenderblöcke, Hunderterplatten, Zehnerstangen, Einerwürfel) genutzt werden. Auch Fragen der dezimalen Bündelung lassen sich damit gut erläutern.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Grundschule: *Leitidee Zahlen und Operationen, Mathematik 3 und 4*
- Klassenstufe 5/6: *Muster, Terme, Gleichungen*
- Klassenstufe 7/8: *Rationale Zahlen, Terme und Gleichungen*

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- Die Systematik, wie Bezeichnungen für Zehnerpotenzen gebildet werden, ist in der englischen Sprache eine andere als im Deutschen. So ist eine Milliarde im Deutschen eine Billion im Englischen (in der sogenannten „short-scale“).
- In der Informatik spielen Primzahlen eine große Rolle bei der Verschlüsselung.
- Große Zahlen tauchen z. B. bei Einwohnerzahlen bzw. Flächeninhaltsangaben von Staatsgebieten oder Staatsverschuldung im Fach GW auf.

**Einordnung des Themenfeldes**

Die Bildungsstandards der Grundschule für das Fach Mathematik beinhalten im Abschnitt ‚Standards für inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen‘ den Bereich *Muster und Strukturen*. Das Arbeiten an und mit Mustern und Strukturen ist nicht nur ein Inhaltsbereich unter anderen, sondern ein grundlegender. Muster und Strukturen tragen Wesentliches zum Verstehen von Mathematik bei und sind implizit in vielen anderen Themenfeldern enthalten. Die Bearbeitung der in diesem Themenfeld vorgestellten Ziele erfolgt idealerweise vernetzend mit den Inhalten anderer Themenfelder.

Zu den Grundfertigkeiten im Mathematikunterricht zählt das strukturierte Aufschreiben und Notieren. Deswegen trägt es zum Mathematikverständnis bei, Terme und deren Strukturen zu erarbeiten.

Ebenso ist das Beschreiben von Mustern und deren Struktur eine wichtige Fähigkeit, die im Mathematikunterricht nicht nur zum Kompetenzbereich Kommunizieren Beiträge leistet, sondern durch die Notwendigkeit einer sprachlichen Strukturierung weitere Kompetenzen stärkt.

**Didaktische Hintergründe**

Das Erkennen von Regelmäßigkeiten ist eine mathematische Tätigkeit, der im späteren Verlauf eine zunehmende Formalisierung folgt. Ein Einstieg in das bewusste Suchen nach Mustern und das Erkennen von Schemata gelingt z. B. über das logische Fortsetzen von Zahlenfolgen oder geometrischen Mustern sowie mit ikonischen Darstellungen der Grundrechenarten.

Bereits bekannte (Hilfs-)Muster der Primarstufe, wie z. B. das Hunderterfeld, werden in ihren Möglichkeiten weiterentwickelt, während neue Muster und Schemata entdeckt werden. Operative Beziehungen zwischen Grundrechenarten und Grundaufgaben werden an die Anforderungen der Orientierungsstufe angepasst und genutzt, um Grundvorstellungen zu festigen und auszubauen. Muster und Strukturen werden ebenfalls benötigt, um Zählprobleme und geometrisch motivierte Aufgaben schnell und effizient lösen zu können.

Gleichungen werden in diesen Klassenstufen nicht formal gelöst. Es findet auch keine Einführung in die Gleichungslehre statt. Vielmehr sollen erste Gleichungen z. B. durch systematisches Probieren und Operationsumkehr gelöst werden. Diese Vorgehensweisen werden als heuristische Strategien kontextgebunden thematisiert und eingeübt.

Produktive Übungen, die auf den gefundenen Mustern basieren oder Muster neu entdecken lassen, zählen spätestens seit Müller & Wittmann (1992)<sup>2</sup> zu den probaten Mitteln, die Grundrechenarten verständnistragend zu vermitteln.

**Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

Die einzelnen Lernabschnitte können in beiden Klassenstufen aufgrund der impliziten Verknüpfung mit anderen Themenfeldern mehrfach angesprochen werden. Es empfiehlt sich, das Thema Muster wiederholt aufzugreifen – evtl. auch nur in einer Unterrichtsstunde – und dabei kumulativ neue Kompetenzen zu integrieren.

**Werkzeuge**

TK bietet sich an, um Muster mithilfe einer festgelegten Schreibweise (Syntax) auswertend weiterzuführen. Insoweit ist dieses Themenfeld ein guter Anlass, sich zum ersten Mal mit solchen Programmen in der Schule auseinanderzusetzen.

<sup>2</sup> Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (1992). Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1 und 2. Stuttgart: Klett.



Themenfeld: Muster und Strukturen		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben aus Folgen gewonnene Terme (K5)</li> <li>• nutzen verbale Darstellungen, um Zahlterme aufzustellen (K4)</li>   <li>• benennen die Vorfahrtsregeln für Terme (K6)</li> <li>• berechnen – auch komplexe – Zahlterme nach den Vorfahrtsregeln (K5)</li> <li>• veranschaulichen Rechengesetze, auch mit Variablen (K1)</li>   <li>• geben zu Sachsituationen geeignete Terme an (K3)</li> <li>• geben Sachsituationen zu gegebenen Termen an (K3)</li>   <li>• nutzen Rechnungen, um Sachsituationen zu beschreiben (K3)</li> <li>• nutzen verbale Darstellungen, um Rechnungen aufzustellen (K4)</li> <li>• geben Sachsituationen zu gegebenen Rechnungen an (K3)</li>   <li>• lösen Gleichungen durch systematisches Probieren oder durch Umkehroperationen (K2)</li>   <li>• lösen Zahlenrätsel (K2)</li> <li>• stellen Zahlenrätsel auf (K6)</li> </ul>	<p><b>Terme &amp; Operationen</b></p> <p>(Zahl)Terme</p> <p>Rechengesetze</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Durch das Lösen und Aufstellen von Zahlenrätseln werden Grundlagen für das Verständnis von Variablen und das Termen gelegt.</li> <li>– Rechengesetze werden ebenfalls im Themenfeld Natürliche Zahlen behandelt. Im Themenfeld Muster und Strukturen geht es um die allgemeinere Sicht auf die bereits erlernten Gesetze.</li> <li>– Beschreibende Terme dienen dazu, Berechnungsvorschriften darzulegen, z. B. in der Geometrie.</li> </ul>		

**Hinweise****Methodische Hinweise**

- Die Verknüpfung von Algebra und Geometrie bietet vor allem im Zusammenhang mit figurierten Zahlen ein breites Betätigungsfeld.
- Abzählprobleme und strukturiertes Abzählen lassen sich gut mit Würfelgebäuden einüben.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Klassenstufe 5/6: *Natürliche Zahlen*
- Klassenstufe 7/8: *Zuordnungen und Funktionen*
- Klassenstufe 7/8: *Terme und Gleichungen*
- Klassenstufe 9/10: *Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen*

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- Parkette stellen fortgeführte symmetrische geometrische Muster dar. In Verbindung mit dem Unterricht in Bildender Kunst können solche Muster thematisiert und auf mehreren Ebenen beschrieben werden. Dabei wird insbesondere der ästhetische Aspekt betont.
- Bandornamente lassen sich ähnlich wie Parkette auf wiederkehrende geometrische Strukturen zurückführen.
- Die Online-Enzyklopädie der Zahlenfolgen liefert eine Reihe von Anregungen für Zahlenfolgen. ([www.oeis.org](http://www.oeis.org))

### **Einordnung des Themenfeldes**

Im Mathematikunterricht der Grundschule ist die Geometrie bereits ab Klassenstufe 1 im Lehrplan verankert. Die Schülerinnen und Schüler lernen geometrische Körper und ebene Figuren kennen, beschreiben diese und sortieren sie nach verschiedenen Eigenschaften. Sie fertigen Zeichnungen an und stellen Modelle her. Auch werden erste Erfahrungen mit geometrischen Abbildungen wie dem Spiegeln oder dem maßstäblichen Vergrößern gemacht. Längen werden gemessen, Flächen- und Rauminhalte werden ermittelt.

Die dazu gehörenden Begriffsbildungsprozesse sind am Ende der Primarstufe noch nicht abgeschlossen. Deshalb werden in den Klassenstufen 5 und 6 diese Themen erneut aufgegriffen und weiterentwickelt. Die Schülerinnen und Schüler lernen zwischen definierenden und daraus folgenden Eigenschaften geometrischer Formen zu unterscheiden. Sie erwerben die Kompetenz, exakte Zeichnungen zu erstellen und diese zu lesen und zu interpretieren. Symmetrische Zeichnungen werden unter Nutzung vorhergehender Erfahrungen angefertigt. Das Messen von Länge, Flächeninhalt und Rauminhalt wird weitergeführt und mündet in entsprechende Berechnungsvorschriften für Quadrat und Rechteck bzw. den Quader.

### **Didaktische Hintergründe**

In diesen Klassenstufen ist das Arbeiten mit konkreten Materialien obligatorisch. Im Geometrieunterricht der Klassenstufen 5 und 6 entwickeln Schülerinnen und Schüler die Raumanschauung zu einer Raumvorstellung weiter, die es später ermöglicht, auch mental mit den geometrischen Objekten zu operieren. Selbstgebaute Modelle geometrischer Körper, Geobretter, Falten von Papier, Auslegen mit Mosaiksteinen und Arbeiten mit Bausystemen begleiten die einzelnen Lernabschnitte. Hierbei rücken die definierenden Eigenschaften der geometrischen Objekte in den Fokus, die für die Zeichnung oder den Bau geometrischer Figuren bzw. Körper benötigt werden.

In den Klassenstufen 5 und 6 wird auf der Basis von Größenvergleichen („doppelt so groß wie“) eine Vorstellung von Maßen entwickelt. Definitionen und Sätze sollen auf dieser Stufe aus der Anschauung gewonnene Erfahrungen nicht ersetzen, sondern im Wesentlichen verbindlich versprachlichen, auch mit den entsprechenden Fachbegriffen. So wird Kommunikation darüber ermöglicht und Klarheit über die Begriffe vermittelt. Das Verstehen der Begriffe soll vor der Verschriftlichung stattfinden.

### **Mögliche Aufteilung der Lernabschnitte**

Der Lernabschnitt *Geometrische Objekte* sollte in Klassenstufe 5 auf zwei bis drei Einheiten verteilt behandelt werden. Gleiches gilt für den Lernabschnitt *Messen* - allerdings verteilt auf beide Klassenstufen. Es bietet sich an, Flächeninhalt und Umfang in der Klassenstufe 5, Winkel sowie Volumen und Oberflächeninhalt in der Klassenstufe 6 zu bearbeiten. Der Lernabschnitt *Symmetrie* kann erst nach einer Vertiefung der dazu benötigten geometrischen Begriffe wie senkrecht, parallel, Abstand oder Lot thematisiert werden.

### **Werkzeuge**

In der Doppeljahrgangsstufe 5 und 6 müssen die Schülerinnen und Schüler erste Erfahrungen mit einem DGS<sup>3</sup> machen. Dabei sollte der spielerische Zugang im Vordergrund stehen. Ziel sind erste Erfahrungen sowie ein Vertrautmachen mit der Handhabung des in der Schule verwendeten Programms. Speziell vorbereitete Dateien können genutzt werden um Zusammenhänge zu explorieren, Übungen mit direkter Selbstkontrolle anzubieten oder Körper und deren Eigenschaften zu untersuchen, insbesondere solcher Körper, die nicht als Modell vorliegen.

<sup>3</sup> **Abkürzungen:** DGS – Dynamische Geometriesoftware; TK – Tabellenkalkulation ; WTR – Wissenschaftlicher Taschenrechner gemäß den Kriterien der LFK

Themenfeld: Geometrie		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• idealisieren reale Objekte als geometrische Figuren oder Körper (K3)</li> <li>• unterscheiden zwischen Strecke, Strahl und Gerade (K6)</li> <li>• bezeichnen Strecken, Geraden und Strahlen (K6)</li> <li>• erläutern, dass durch eine geradlinige Weiterführung einer Strecke ein Strahl oder eine Gerade entsteht (K1)</li> <li>• erläutern, dass zu zwei verschiedenen Punkten genau eine Gerade gehört (K1)</li> <li>• erläutern, dass zwei verschiedene Geraden höchstens einen Schnittpunkt haben können (K1)</li> <li>• stellen durch mehrfaches Falten eines Blattes zueinander rechtwinklige bzw. parallele Faltlinien her (K2)</li> <li>• erklären die Bedeutung von vertikal und horizontal (K1)</li> <li>• identifizieren parallele und senkrechte Geradenpaare in der Ebene und im Raum (K3)</li> <li>• identifizieren senkrechte und parallele Paare von Begrenzungsflächen an geometrischen Körpern (K5)</li> <li>• prüfen mit dem Geodreieck, ob zwei Geraden senkrecht zueinander stehen oder parallel verlaufen (K5)</li> <li>• zeichnen mithilfe des Geodreiecks zueinander senkrechte bzw. parallele Geraden (K5)</li> <li>• zeichnen mithilfe des Geodreiecks das Lot eines Punktes auf eine Gerade (K5)</li> <li>• ermitteln den kürzesten Abstand eines Punktes zu einer Geraden (K2)</li> <li>• nennen und erläutern die Eigenschaften von Rechtecken und Quadraten (K6)</li> <li>• nennen definierende Eigenschaften des Rechtecks und des Quadrats (K1)</li> <li>• zeichnen Rechtecke und Quadrate (K5)</li> <li>• bezeichnen Figuren (K6)</li> <li>• nennen und erläutern Eigenschaften von geradlinig begrenzten Figuren (K6)</li> <li>• zeichnen geradlinig begrenzte Figuren (K5)</li> </ul>	<p><b>geometrische Objekte</b></p> <p>Punkt, Strecke, Strahl, Gerade</p> <p>senkrecht, parallel vertikal, horizontal</p> <p>Lot, Lotstrecke, Lotgerade</p> <p>Rechteck und Quadrat Eigenschaften</p> <p>Ecke, Seite, Diagonale</p> <p>Dreieck, Parallelogramm, Raute, Trapez, Viereck</p>	

<b>Themenfeld: Geometrie</b>		<b>Mathematik 5/6</b>
<b>Verbindliche Kompetenzschwerpunkte</b>	<b>Verbindliches Fachwissen</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zeichnen Kreise mit unterschiedlichen Hilfsmitteln (K5)</li> <li>• bezeichnen Kreise (K6)</li> <li>• zeichnen Kreisornamente, auch mit einem DGS (K5)</li> <li>• zeichnen Kreise zu vorgegebenen Mittelpunkten und Radien/Durchmessern (K5)</li> <li>• zeichnen Tangenten und Sekanten an Kreise (K2)</li> <li>• unterscheiden zwischen Kreislinie und Kreisfläche (K1)</li>   <li>• nennen und erläutern Eigenschaften geometrischer Körper (K1)</li> <li>• nennen definierende Eigenschaften von Würfel und Quader (K1)</li> <li>• stellen Modelle geometrischer Körper aus geeignetem Material her (K4)</li> <li>• bezeichnen Körper (K6)</li>   <li>• zeichnen Schrägbilder von Quadern und aus Quadern zusammengesetzten Körpern in Kavalierprojektion (K4)</li> <li>• beschreiben und benennen geometrische Körper anhand von Zeichnungen (K4)</li> <li>• zeichnen verschiedene Ansichten von geometrischen Körpern (K4)</li>   <li>• beschreiben und benennen die begrenzenden Flächen eines geometrischen Körpers (K3)</li> <li>• zerteilen geometrische Körper mental mit einem ebenen Schnitt und beschreiben die Schnittflächen (K2)</li> <li>• erstellen Würfelgebäude nach Bauplänen und beschreiben sie (K6)</li>   <li>• zeichnen Netze von geometrischen Körpern (K4)</li> <li>• schließen aus gegebenen Netzen auf die zugehörigen Körper (K4)</li> <li>• ordnen in Netzen entsprechende (zur Deckung kommende) Ecken und Kanten einander zu. (K2)</li> </ul>	<p>Kreis Kreislinie, Kreisfläche Radius, Durchmesser Tangente, Sekante</p> <p>Eigenschaften von Quader, Würfel, Kugel, Zylinder, Kegel, Pyramide, Prisma</p> <p>gerade, eben, gekrümmt</p> <p>Ecke, Kante, (Seiten-, Deck-, Grund-) Fläche</p> <p>Schrägbild Vorderansicht, Seitenansicht, Draufsicht Oberfläche Körpernetz</p>	

## Hinweise

- Das Beschreiben zusammengesetzter Körper, wie einem Haus aus Bauklötzen, verhindert, dass lediglich erlerntes Wissen über die Eigenschaften geometrischer Körper abgerufen wird, und ermöglicht ein echtes Explorieren.
- Schnittkörper von Körpern (hier in der Regel Quader oder Würfel) lassen sich bei Modellen aus Knete oder Kartoffeln leicht herstellen. In Kantenmodelle können Schnittebenen aus Pappe eingefügt werden.
- Unter Zylinder, Kegel, Pyramide und Prisma werden die geraden Objekte verstanden.
- Übungen zur Kopfgeometrie (z. B. nach Anweisungen entlang der Kanten eines Würfels „gehen“) trainieren das räumliche Vorstellungsvermögen.
- Im Alltag tauchen häufig isometrische Darstellungen auf. Es ist sinnvoll, solche Darstellungen ergänzend zur Kavalierprojektion von den Schülerinnen und Schülern lesen zu lassen.
- Der Eulersche Polyedersatz in der Form  $e + f = k + 2$  bietet eine interessante Anwendungsmöglichkeit für die Begriffe Ecke, Kante und Seitenfläche eines Körpers.



Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen
<ul style="list-style-type: none"> <li>• geben den Flächeninhalt von Rechtecken an (K5)</li> <li>• zeichnen Rechtecke mit vorgegebenem Flächeninhalt (K2)</li> <li>• bestimmen den Flächeninhalt von Figuren, die aus Rechtecken zusammengesetzt sind (K2)</li> <li>• erläutern, wie man den Oberflächeninhalt eines Polyeders bestimmt (K1)</li> <li>• bestimmen den Oberflächeninhalt von Quadern (K5)</li> <li>• ordnen Quader nach der Größe ihres Volumens (K2)</li> <li>• setzen Quader aus Würfeln zusammen auf (K5)</li> <li>• erläutern die Volumenformel für Quader (K1)</li> <li>• bestimmen das Volumen von Quadern und aus diesen zusammengesetzten Körpern (K5)</li> <li>• geben zu einem vorgegebenen Volumen mögliche Quadermaße an (K2)</li> </ul>	<p>Oberflächeninhalt des Quaders Volumen des Quaders</p>

**Hinweise**

- Bei der Begriffsbildung (wie z. B. Flächeninhalt oder Umfang) steht das Verständnis im Vordergrund.
- Damit die Lernenden eine fundierte Vorstellung zur Größe Flächeninhalt entwickeln, ist es notwendig, dass sie Flächen ausreichend oft durch Auslegen mit Einheitsquadraten messen, bevor sie davon abstrahiert Flächeninhalte berechnen.
- Das Berechnen der Oberfläche eines Quaders sollte in Klassenstufe 6 nicht formelhaft ausgeführt werden, sondern über das Addieren der einzelnen Flächeninhaltspaare erfolgen.
- Die Erzeugung eines Winkels über eine Drehung ist die funktionale Sicht auf den Begriff des Winkels. Im Unterricht sollte auch die prädikative Sicht, z. B. beim Blickwinkel, eine Rolle spielen. Wesentlich ist diese Unterscheidung bei den unterschiedlichen Verfahren der Winkelmessung mit einem Geodreieck.
- Unter dem Koordinatensystem wird das Kartesische Koordinatensystem verstanden.

Themenfeld: Geometrie		Mathematik 5/6
Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	Verbindliches Fachwissen	
<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben Symmetrien in ihrer Umwelt (K3)</li> <li>• beschreiben und erstellen Bandornamente (Schubsymmetrie) (K6)</li> <li>• untersuchen Figuren auf Achsensymmetrie (K5)</li> <li>• stellen symmetrische Figuren her (K5)</li> <li>• geben an, ob eine Figur achsen-, punkt- und/oder drehsymmetrisch ist (K6)</li> <li>• verschieben Figuren, auch im Koordinatensystem (Parallelverschiebung) (K5)</li> <li>• erläutern die Punktsymmetrie als Sonderfall der Drehsymmetrie (K1)</li> </ul>	<p><b>Symmetrie</b></p> <p>Symmetrie  Achsensymmetrie  Punktsymmetrie  Drehsymmetrie  Schubsymmetrie</p>	
Hinweise		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Mit Verschiebungen von ebenen Figuren im Koordinatensystem kann der Übergang von der Handlung über die zeichnerische Darstellung hin zur symbolischen Darstellung anhand der Koordinaten vollzogen werden.</li> <li>– Geometrische Abbildungen werden hier propädeutisch behandelt, auf die Abbildungseigenschaften wird nicht eingegangen.</li> </ul>		

**Hinweise****Methodische Hinweise**

- Geometrische Begriffe werden nachhaltig durch entsprechende Tätigkeiten erlernt, wie dem Kneten eines Würfels, dem senkrechten Ausrichten eines Stabes oder dem Bau eines Kantenmodells aus Holzstäbchen. „Begriff“ kommt von „Begreifen“!
- Zum Thema Körper und ihre Eigenschaften bietet sich eine Portfolioarbeit in Klassenstufe 5 an.

**Querverbindungen im Lehrplan**

- Klassenstufe 5/6: *Größen, Muster und Strukturen*
- Klassenstufe 7/8: *Geometrie*
- Klassenstufe 9/10: *Geometrie*

**Fächerverbindende und fachübergreifende Aspekte**

- Im Kunstunterricht werden Symmetrie und Perspektive behandelt; hier bietet sich eine Zusammenarbeit an.
- Im Fach Arbeitslehre erfahren die Schülerinnen und Schüler wie anspruchsvoll das Erzeugen eines rechten Winkels oder einer ebenen Fläche ist, wenn sie Holz oder Metall bearbeiten.

