

Themenfelder der Klassenstufen 7 und 8

Erweiterte Realschule: M-Bildungsgang

Aufbauend auf den Grundvorstellungen von Brüchen und ganzen Zahlen und den einfachen Verknüpfungen innerhalb der aus den Klassenstufen 5 und 6 bekannten Bruchfamilien und ganzen Zahlen stehen jetzt die formalen Aspekte im Vordergrund: Zahlenmengen, Grundrechenarten, Größenvergleich, Umwandeln zwischen Bruch- und Dezimaldarstellung. Beim Herleiten und Anwenden der vielfältigen Regeln ist es notwendig, immer wieder auf die anschauliche Basis zurückzukehren und unterschiedliche Darstellungsmodi (enaktiv, ikonisch, symbolisch) zu verwenden, um unterschiedliche Denkstile und Lerntypen anzusprechen oder zumindest auf die innermathematische Logik (etwa „Minus mal Minus gleich Plus“) hinzuwirken.

Inhalte

Erweitern und Kürzen, Grundrechenarten mit rationalen Zahlen (einfache Terme), Größenvergleich, Umwandlung zwischen Bruch- und Dezimalzahldarstellung, Zahlengerade

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

Argumentieren

- rationale Zahlen der Größe nach anordnen und die Größer-Kleiner-Relation begründen

Kommunizieren

- Regeln für die Grundrechenarten mit rationalen Zahlen verbalisieren

Mathematische Darstellungen verwenden

- rationale Zahlen auf der Zahlengeraden einzeichnen und ablesen
- zwischen Bruch- und Dezimalzahldarstellung wechseln

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- Grundrechenarten mit rationalen Zahlen ausführen
- Betragssymbol und Periodensymbol kennen und verwenden

Probleme mathematisch lösen

- rationale Zahlen durch Verwenden unterschiedlicher Strategien geschickt der Größe nach anordnen

Viele Alltagssituationen lassen sich mit Hilfe von Zuordnungen mathematisieren. Ausgehend von zahlreichen allgemeinen Zuordnungen des täglichen Lebens (z.B. Monat → Niederschlagsmenge, Briefgewicht → Porto) werden „Je-desto“-Zuordnungen als eine Besonderheit erkannt. Sie erlauben qualitative Aussagen. Liegt sogar ein proportionaler oder antiproportionaler Zusammenhang vor, sind auch quantitative Aussagen möglich. Dabei ist zum Lösen dieser Problemstellungen das Dreisatzverfahren zentral. Die Lösung einer Aufgabe in unterschiedlichen Darstellungsformen (Graph, Tabelle, Dreisatzschema, Verhältnisgleichung) sind als gleichwertig anzuerkennen.

Inhalte

Zwei- und Dreisatz, (anti)proportionale und nicht-proportionale Zusammenhänge, Modellgrenzen (z.B. Mengenrabatt)

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

Argumentieren

- Ergebnisse begründet abschätzen
- mögliche Proportionalitäten begründen bzw. das Nichtvorliegen von Proportionalitäten erkennen und begründen

Kommunizieren

- die Begriffe proportional, antiproportional, quotienten- und produktgleich verwenden

Mathematische Darstellungen verwenden

- verschiedene Darstellungsformen von proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen (Graph, Tabelle, Dreisatzschema) kennen und verwenden

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- Dreisatzverfahren als Hilfsmittel verwenden
- Produkt- und Quotientengleichheit zum Aufstellen von Gleichungen verwenden
- Aufgaben zu proportionalen Zuordnungen mit Hilfe einer Halbgeraden grafisch lösen

Probleme mathematisch lösen

- komplexe Dreisatzprobleme (z.B. zusammengesetzter Dreisatz) durch systematisches Probieren oder Zerlegen in Teilprobleme lösen

Modellieren

- Zuordnungen in geeigneten Realsituationen als Modell verwenden, diese auf Vorliegen einer Proportionalität untersuchen und in dem Modell arbeiten
- ein verwendetes Modell auf seine Tauglichkeit untersuchen

Bekannte Alltagsbezüge bzw. -begriffe (z.B. Rabatt, Mehrwertsteuer, Zinsen) lassen den Schülern und Schülerinnen die Prozent- und Zinsrechnung als ein interessantes und lebensnahes Teilthema der Mathematik erscheinen. Der Begriff „Prozent“ ist heute in vielen Lebensbereichen gegenwärtig. Überall dort, wo es um Vergleiche zu verschiedenen Bezugsgrößen geht, wird der relative Vergleich gemäß dem Lateinischen „pro centum“ (von Hundert) gegenüber dem absoluten Vergleich herangezogen.

Nachdem der Prozentbegriff bereits in den Klassenstufen 5 und 6 propädeutisch eingeführt wurde, wird nun die Prozentrechnung mit ihren Grundbegriffen Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz entwickelt. Verschiedene ikonische Darstellungen sind ein unverzichtbares Mittel zum Verständnis von Grund- und Prozentwert bzw. vermindertem und vermehrtem Grundwert.

Inhalte

Grundaufgaben der Prozent- und Zinsrechnung, vermehrter und verminderter Grundwert, Zinsen bei Bruchteilen von Jahren

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

Argumentieren

- einfache funktionale Zusammenhänge zwischen den Grundgrößen der Prozent- und der Zinsrechnung zum Argumentieren nutzen („Wie ändert sich ..., wenn ...?“)
- Angaben z.B. aus Zeitungstexten und -graphiken auf Fehler untersuchen
- Ergebnisse durch Überschlagsrechnen (vorwiegend Kopfrechnen) grob überprüfen

Kommunizieren

- Begriffe wie Rabatt, Mehrwertsteuer, Brutto und Netto, Zinsen an vorgegebenen und selbstgewählten Beispielen erklären
- Fachbegriffe Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz den entsprechenden Größen in Sachaufgaben zuordnen

Mathematische Darstellungen verwenden

- graphische Darstellungen (Hunderterfeld, Balken-, Kreisdiagramm) anfertigen bzw. deuten
- „bequeme“ Prozentsätze (10%, 20%, 25%, 50%, 75%) in Bruchdarstellung kennen und zum Kopf- und Überschlagsrechnen verwenden

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- Dreisatzverfahren als Hilfsmittel verwenden
- Grundformeln der Prozentrechnung und Zinsformel nutzen
- Tabellenkalkulationsprogramme zur Berechnung (z.B. „Zinsrechner“ bei Tageszinsen) und graphischen Darstellung verwenden

Probleme mathematisch lösen

- komplexe Sachaufgaben (z.B. vermehrter und verminderter Grundwert, Gewinn und Verlust) auf einfache Aufgaben zurückführen, in Teilprobleme zerlegen oder durch systematisches Probieren lösen

Modellieren

- verschiedenen Darstellungen bzw. vorgegebenen Lösungswegen eine passende Realsituation zuordnen
- Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert (auch in der Zinsrechnung) in Realsituationen berechnen

Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen entstehen immer wieder Situationen, in denen eine gesuchte Größe nicht ermittelt werden kann. Die Schülerinnen und Schüler lernen, solche Probleme durch Nutzung von Variablen und Gleichungen zu bearbeiten. Sie lösen (Un-)Gleichungen durch systematisches Probieren und verwenden für lineare Gleichungen Äquivalenzumformungen. Die gefundenen Lösungen werden an der Aufgabenstellung überprüft und als Antwort formuliert.
Der sichere Umgang mit Term- und Äquivalenzumformungen ist erforderlich.

Inhalte

Terme zusammenfassen, faktorisieren und ausmultiplizieren auch von Summen, binomische Formeln, Äquivalenzumformungen bei linearen Gleichungen, Bruchterme mit zwei Summanden und linearen Nennern, Formeln aus verschiedenen Sachgebieten umstellen

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

Argumentieren

- binomische Formeln in verschiedenen Darstellungsformen herleiten und „falsche Umformungen“ wie $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ an Gegenbeispielen erläutern
- Äquivalenzumformungen von (Un-)Gleichungen (z.B. mit dem Waagemodell) erläutern und Fehler in Umformungen erkennen und begründen
- die Allgemeingültigkeit bzw. die Unlösbarkeit von (Un-)Gleichungen begründen
- die Definitionsmenge von Termen begründen

Kommunizieren

- Äquivalenzumformungen und Termumformungen unter Verwendung der Fachbegriffe erläutern

Mathematische Darstellungen verwenden

- Rechengesetze (z.B. Distributivgesetz, binomische Formeln) veranschaulichen
- Lösungsmengen von Ungleichungen auf unterschiedliche Weisen darstellen

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- Terme vereinfachen
- Variablen als Platzhalter verwenden
- lineare Gleichungen algorithmisch lösen

Probleme mathematisch lösen

- systematisches Probieren zum Auffinden einer Lösungsmenge auch bei komplizierteren (Un-)Gleichungen nutzen

Modellieren

- eingekleidete Aufgaben und Realsituationen durch Funktionen, Terme oder Gleichungen mathematisieren
- die Lösung einer Gleichung in Bezug auf die Realsituation interpretieren und an der Situation überprüfen
- Grenzen mathematischer Modelle beschreiben

Die Beschreibung von Alltagssituationen oder natürlichen Vorgängen (z.B. Häufigkeitsverteilungen, Preis-Menge-Diagramme, Abbrennen von Kerzen, Auffüllen von Gefäßen, Temperatur-Zeit-Graphen, Geschwindigkeits-Zeit-Graphen) führen zu den Begriffen funktionale Abhängigkeit, Anfangszustand und Änderungsrate.

Die lineare Funktion beschreibt Vorgänge mit gleich bleibender Änderungsrate. Sie bietet als termdefinierte Funktion ein reichhaltiges innermathematisches Betätigungsfeld, ist allerdings beim Modellieren von Situationen oder Vorgängen ein Spezialfall. Dies muss im Unterricht durch Beispiele und Gegenbeispiele häufig herausgestellt werden.

Inhalte

Lesen und Interpretieren von Diagrammen, Graphen und Tabellen

Darstellen funktionaler Abhängigkeiten (nicht-linear und linear, diskret und kontinuierlich)

Terme linearer Funktionen, Berechnung ihrer Nullstellen und Funktionswerte

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

Argumentieren

- Funktionsgraphen (auch nicht-lineare und diskrete) und Sachsituationen einander begründend zuordnen
- Graphen und Terme linearer Funktionen einander begründend zuordnen

Kommunizieren

- Diagrammen, Graphen und Tabellen gezielt Informationen entnehmen
- das Zeichnen des Graphen einer linearen Funktion erläutern und vorführen

Mathematische Darstellungen verwenden

- Funktionen durch Diagramme, Wertetabellen, Graphen und Funktionsgleichungen darstellen und zwischen den Darstellungen wechseln

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- Nullstellen und Funktionswerte berechnen und eine Punktprobe durchführen
- aus zwei Punkten einer Geraden oder aus einem Punkt und gegebener Steigung den zugehörigen Funktionsterm berechnen
- Funktionenplotter verwenden, um Lage und Lagebeziehungen (z.B. die Parallelität bei gleicher Steigung) zu veranschaulichen und zu untersuchen

Probleme mathematisch lösen

- Sachsituationen mit linearen Zusammenhängen durch systematisches Probieren lösen

Modellieren

- Funktionen verwenden, um Situationen und Vorgänge zu mathematisieren
- Grenzen des Standardmodells „lineare Funktion“ kennen, erkennen und begründen

Das Themenfeld „Geometrie“ sollte vier Aspekte besonders beleuchten: Konstruktionsaufgaben, geometrische Abbildungen, Flächenberechnungen und Raumvorstellung.

Konstruktionsaufgaben sind in besonderer Weise geeignet, planvolles und systematisches Vorgehen (Planskizze, Lösungsplan, Ausführung des Plans, Bewertung des Resultats) zu erlernen. Dem Anfertigen übersichtlicher und aussagekräftiger Planskizzen als heuristischem Hilfsmittel zum Lösen von Konstruktionsaufgaben kommt hierbei besondere Bedeutung (auch in Leistungsüberprüfungen) zu. Darüber hinaus dient das Anfertigen von Konstruktionsbeschreibungen der Förderung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit.

Achsen- und Punktspiegelung greifen die aus den Klassenstufen 5 und 6 bekannten Symmetrien wieder auf und führen hin zu ersten exakten mathematischen Argumentationen. Die Flächenberechnungen werden auf Dreiecke, Vierecke und zusammengesetzte Flächen ausgedehnt, wobei der Verwendung einer Formelsammlung erstmals Bedeutung zukommt. In der Raumgeometrie wird in dieser Doppeljahrgangsstufe auf Berechnungen verzichtet. Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie (Schrägbilder, Netze, Modelle) dienen einer Weiterentwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

Inhalte

Dreiecks(grund-)konstruktionen, Winkelsätze, Satz des Thales, besondere Punkte und Linien im Dreieck; Flächenberechnung mit Hilfe einer Formelsammlung; Punkt- und Achsen Spiegelungen und Verschiebungen konstruieren und ihre Eigenschaften benennen; Prismen, Zylinder, Pyramiden und Kegel als Netz und Schrägbild darstellen und in Worten beschreiben

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

Argumentieren

- Kongruenz von Dreiecken und Gleichschenkligkeit von Dreiecken nachweisen
- Nichtkonstruierbarkeit von Dreiecken (mit Winkelsumme oder Dreiecksungleichung) begründen
- Eigenschaften der Punkt- und Achsen Spiegelung nutzen, um Ausgangs- und Bildpunkte bzw. -figuren einander zuzuordnen
- Prismen, Zylinder, Pyramiden und Kegel aufgrund ihrer Eigenschaften (in Modell, Schrägbild und Netz) erkennen und zuordnen

Kommunizieren

- Konstruktionsbeschreibungen anfertigen
- die Konstruktion der besonderen Punkte im Dreieck beschreiben
- Eigenschaften von Figuren und Körpern unter Verwendung von Fachbegriffen beschreiben

Mathematische Darstellungen verwenden

- aus aussagekräftigen Planskizzen einen Konstruktionsplan entwerfen oder eine Gleichung ableiten
- Körper als Netz, Schrägbild und Modell darstellen bzw. herstellen

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- Winkel mit Hilfe von Winkelsätzen berechnen
- Konstruktionsbeschreibungen von symbolischer Kurzschreibweise in „natürliche“ Sprache übersetzen und umgekehrt
- Flächen (auch zusammengesetzte) auch mit Hilfe einer Formelsammlung berechnen
- Konstruktionen bei vorgegebenen Beschreibungen auch mit Hilfe eines dynamischen Geometriesystems ausführen

Probleme mathematisch lösen

- aussagekräftige Planskizzen anfertigen und sinnvoll beschriften
- Pläne von Viereckskonstruktionen bzw. schwierigeren Dreieckskonstruktionen durch Zerlegen in Teildreiecke entwerfen

Modellieren

- aus Vermessungsdaten maßstabsgetreue Zeichnungen konstruieren und diesen weitere Informationen entnehmen
- reale Objekte durch bekannte Körper idealisiert beschreiben

Die Elemente der beschreibenden Statistik aus den Jahrgangsstufe 5 und 6 (Diagrammtypen, Planung, Durchführung und Auswertung statistischer Erhebungen) werden aufgegriffen und erweitert (z.B. Prozentdarstellungen in Kreisdiagrammen). Sie sollten auch unter dem Aspekt „Manipulieren mit graphischen Darstellungen“ betrachtet werden. Hierbei bieten sich etwa fehlerhaft gestaltete Graphiken aus Zeitungen u.a. als Untersuchungsmaterial an.

Die mathematische Beschreibung zufälliger Prozesse setzt in der Klassenstufe 7 ein. Einfache Glücksspiele mit verschiedenen Objekten (z.B. Münze, Würfel, Quader, Glücksräder, Lose) beinhalten ein hohes Motivationspotential und eignen sich auch zur Durchführung längerer Versuchsreihen in der Klasse. Die beiden zentralen Begriffe „relative Häufigkeit“ als statistischer Wert und „Wahrscheinlichkeit“ als theoretisch berechenbare oder empirisch durch Experimente zu ermittelnde Prognose für eine zu erwartende relative Häufigkeit sollen hierbei präzise herausgearbeitet werden.

Berechnungen von Wahrscheinlichkeiten erfolgen durch einfache Zählverfahren, die sich enaktiv und symbolisch darstellen lassen, und durch die Verwendung von Baumdiagrammen bei zweistufigen Experimenten. Auf die Berechnung einer Wahrscheinlichkeit sollte in geeigneten Fällen eine Überprüfung anhand realer Daten aus Versuchsreihen erfolgen, um ein Gefühl für statistische Schwankungen zu erhalten oder zwischen sich widersprechenden Resultaten entscheiden zu können. Die abstrakten Begriffe „Ergebnis“ und „Ereignis“ sowie ihre symbolischen Darstellungen sollen der ökonomischen Beschreibung von Zufallsexperimenten dienen und nicht als formaler Selbstzweck erscheinen.

Inhalte

Diagramme (beschreibende Statistik), Ergebnis, Ereignis, relative Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit, Laplace-Experiment, zweistufige Zufallsexperimente, Baumdiagramm

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

Argumentieren

- Pfadregel und Summenregel an Beispielen begründen

Kommunizieren

- Manipulationen in Darstellungen statistischer Daten erkennen, beschreiben und erläutern
- die Begriffe Ereignis, Ergebnis, Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit verwenden

Mathematische Darstellungen verwenden

- zweistufige Zufallsexperimente durch Baumdiagramme darstellen
- relative und absolute Häufigkeiten in Balken- und Kreisdiagrammen - auch unter Verwendung von Tabellenkalkulationsprogrammen - darstellen

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- Ergebnisse eines Zufallsexperiments durch geeignete Symbole beschreiben und Ereignisse als Teilmenge einer Ergebnismenge auffassen
- Wahrscheinlichkeiten theoretisch berechnen

Probleme mathematisch lösen

- Experimente und Simulationen selbstständig planen und durchführen

Modellieren

- Berechnung von Wahrscheinlichkeiten und Überprüfung (Validieren) durch Simulation oder Experiment bewusst unterscheiden