

Kernlehrplan

Mathematik

Gesamtschule

2008

Inhalt

Vorwort

Der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung

Teil 1: Allgemeine mathematische Kompetenzen und kumulative Entwicklung

Teil 2: Themenfelder

Klassenstufen 5 und 6 (Entwurf)

Klassenstufen 7 und 8

Klassenstufen 9 bzw. 9/10

Hinweis zu den Kursen:

Kompetenzen und Inhalte,

- die die Anforderungen in den G- und E-/A-Kurse präzisieren, sind kursiv,
 - die den A-Kurs präzisieren, mit einem Stern (*) und kursiv gekennzeichnet.
- Hinter den Präzisierungen ist der jeweilige Kurs vermerkt.

Vorwort

Kernlehrpläne und Bildungsstandards

Mit der Vereinbarung von Bildungsstandards durch die Kultusministerkonferenz haben sich die Länder der Bundesrepublik Deutschland auf einen gemeinsamen Bezugsrahmen hinsichtlich der schulischen Anforderungen in einer Reihe von Fächern verständigt. Zunächst wurden Standards für die Fächer Deutsch, Mathematik und erste Fremdsprache vereinbart und in einem zweiten Schritt für die naturwissenschaftlichen Fächer Biologie, Chemie und Physik.

Im Sekundarbereich beziehen sich die Bildungsstandards auf den Hauptschulabschluss und den mittleren Bildungsabschluss. Sie sind schulformübergreifend angelegt, damit für den gleichen Abschluss ein einheitliches Niveau gesichert wird.

Die Bildungsstandards umfassen neben inhaltlichen Kompetenzen auch allgemeine Kompetenzen. Diese beziehen sich insbesondere auf Methoden, Verfahren und Lernstrategien, die die Schülerinnen und Schüler beherrschen sollen, um die inhaltlichen Kompetenzen erwerben zu können. In vielen Fächern bietet gerade die Festschreibung dieser allgemeinen Kompetenzen Chancen für eine Weiterentwicklung der Unterrichtsarbeit.

Die Kernlehrpläne greifen die schulformübergreifenden Vorgaben der Bildungsstandards auf und berücksichtigen gleichzeitig die Besonderheiten und unterschiedlichen Anforderungsniveaus der einzelnen Schulformen und Bildungsabschlüsse.

Die Kernlehrpläne

- orientieren sich an den KMK-Bildungsstandards
- formulieren die angestrebten zentralen Kompetenzen inhaltlicher und allgemeiner Art
- legen fest, in welchen Zwischenschritten die Kompetenzen in den einzelnen Jahrgangsstufen erreicht werden
- beschränken sich auf wesentliche Inhalte und Themen, die auch Bezugspunkte für schulische und schulübergreifende Leistungsüberprüfungen sind
- enthalten Hinweise und Vorschläge zur Unterrichtsgestaltung
- werden konkretisiert durch Aufgabenbeispiele, die den Komplexitätsgrad und das Niveau einzelner Kompetenzbeschreibungen verdeutlichen.

Entwicklung bildungsstandardbezogener Aufgaben

Zu den Bildungsstandards werden unter Federführung des *Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB)* in länderübergreifenden Arbeitsgruppen Aufgaben entwickelt, die die Kompetenzerwartungen und Anforderungsniveaus konkretisieren und die im Unterricht eingesetzt werden können. Im Fach Mathematik liegen solche Aufgaben seit Herbst 2006 vor. In den Fächern Deutsch, Englisch und Französisch ist die Arbeit noch nicht abgeschlossen.

Im Saarland orientieren sich die Aufgabenstellungen der landeszentralen Vergleichsarbeiten und Abschlussprüfungen bereits seit mehreren Jahren an den KMK-Bildungsstandards. Beabsichtigt ist der sukzessive Aufbau von fachbezogenen Aufgabensammlungen und ihre Veröffentlichung auf dem saarländischen Bildungsserver.

Die Rolle der Fachkonferenzen

Durch die Beschränkung der inhaltlichen Vorgaben in den Kernlehrplänen auf das Wesentliche wächst den Fachkonferenzen der einzelnen Schulen noch stärker als bisher die Aufgabe zu, gemeinsame Konzepte zur Entwicklung der Kompetenzen zu vereinbaren und ihre Umsetzung im Unterricht abzustimmen.

Einerseits schreibt der Kernlehrplan die zu erreichenden Kompetenzen vor, andererseits lässt er den Schulen den nötigen Freiraum, bei der Umsetzung die Rahmenbedingungen vor Ort zu berücksichtigen und eigene Schwerpunkte zu setzen.

Dies bedeutet, dass die Fachkonferenzen jeder Schule den Auftrag haben, schuleigene Arbeitspläne zu erstellen, die sowohl die angeführten Kompetenzen als auch die Kerninhalte innerhalb einer Klassenstufe konkretisieren.

Darüber hinaus sollen die Fachkonferenzen auch bestimmte Formen der schulinternen Evaluation wie zum Beispiel schulinterne Vergleichsarbeiten beschließen und notwendige Maßnahmen zum Erreichen der Kompetenzen entwickeln. Als Instrumente der äußeren Evaluation dienen auch die landesweiten Vergleichsarbeiten und Abschlussprüfungen.

Um einen im Sinne der Bildungsstandards erfolgreichen Unterricht zu gestalten, müssen Unterricht und Aufgaben so (weiter)entwickelt werden, dass sie zu mehr Selbstständigkeit, Handlungsorientierung, Kommunikations- und Argumentationsfähigkeit führen. Dem aktiv-entdeckenden ist gegenüber dem passiv-rezeptiven Lernen ein höherer Stellenwert einzuräumen.

Mit der Einführung der Kernlehrpläne gehen also folgende neue Aufgaben der schulischen Fachkonferenz einher:

- Sie legt Inhalte und Unterrichtseinheiten sowie deren zeitliche Anordnung innerhalb der Klassenstufen fest.
- Sie stellt geeignete Aufgaben zur Entwicklung und Überprüfung der angestrebten Kompetenzen im Unterricht zusammen.
- Sie entwickelt Eckpunkte einer fachspezifischen Förderung im Rahmen des schulischen Förderkonzepts.
- Sie trifft Absprachen zur Konzeption und Bewertung von schriftlichen, mündlichen und sonstigen fachspezifischen Lernerfolgskontrollen.

Alle diese Aufgaben müssen die innere und äußere Fachleistungsdifferenzierung berücksichtigen.

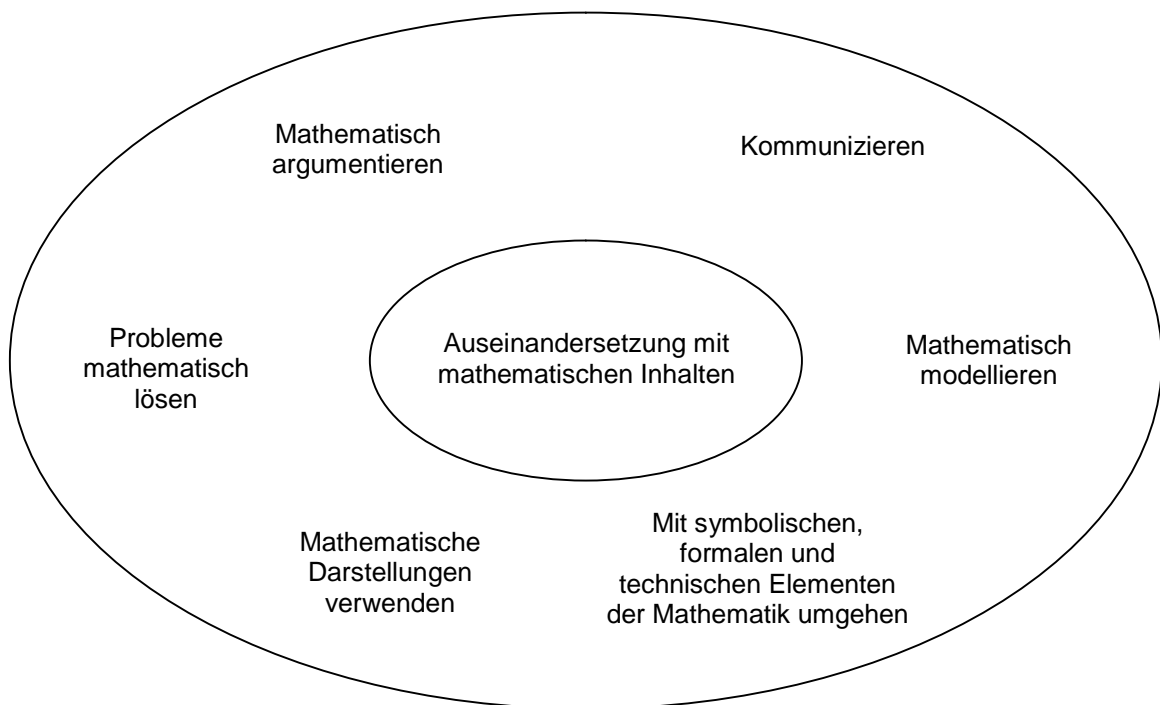
Der vorliegende Kernlehrplan ist hinsichtlich der verbindlichen Inhalte mit dem Lehrplan des achtjährigen Gymnasiums bis zum G8-Halbjahr 10/1 einschließlich abgestimmt. Unterschiede zwischen A- und E-Kurs müssen im Anforderungsniveau der Aufgaben im Unterricht und in den Kursarbeiten deutlich werden.

Der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung

Dem Kompetenzmodell der KMK-Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss liegt ein Konzept des allgemeinbildenden Beitrags der Mathematik zu Grunde, das von Heinrich Winter in dem Aufsatz „Mathematikunterricht und Allgemeinbildung“ skizziert wurde. Demnach sollte Mathematikunterricht „anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:

- (1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen,
- (3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten), zu erwerben.“

Die sechs Kompetenzbereiche „Mathematisch argumentieren“, „Kommunizieren“, „Probleme mathematisch lösen“, „Mathematisch modellieren“, „Mathematische Darstellungen verwenden“ und „Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“ nehmen auf dieses Konzept Bezug und bereiten seine Umsetzung im Unterricht vor.



Der kompetenzorientierte Mathematikunterricht muss die Entfaltung von Begabungs- und Leistungsschwerpunkten des/der einzelnen Schülers/Schülerin unter Berücksichtigung individueller Lernmöglichkeiten und Lerninteressen fördern und die Schülerinnen und Schüler auf den jeweils geeigneten Abschluss vorbereiten. Aufgaben und Unterrichtsmethoden sind so zu wählen, dass Schülerinnen und Schüler, die erweiterten Anforderungen gewachsen sind oder die auf der bisherigen Anspruchsebene nicht mehr erfolgreich mitarbeiten können, nach einer Umstufung im jeweils höheren bzw. niedrigeren Kurs erfolgreich mitarbeiten können.

In den Klassenstufen 5 und 6 muss der Unterricht durch innere Differenzierung im Rahmen eines integrierenden Unterrichts auf die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler eingehen. In den Klassenstufen 7 und 8 orientieren sich die Anforderungen im Grundkurs an den Erfordernissen des Hauptschulabschlusses und des mittleren Bildungsabschlusses, im Erweiterungskurs an den Anforderungen des mittleren Bildungsabschlusses und denen der gymnasialen Oberstufe. In der Klassenstufe 9 orientieren sich die Anforderungen im Grundkurs an den Erfordernissen des Hauptschulabschlusses, im Erweiterungskurs bei einer Fachleistungsdifferenzierung auf zwei Anspruchsebenen an den Erfordernissen des mittleren Bildungsabschlusses und der gymnasialen Oberstufe, im Erweiterungskurs bei einer Fachleistungsdifferenzierung auf drei Anspruchsebenen an den Erfordernissen des mittleren Bildungsabschlusses, im Aufbaukurs an den Erfordernissen der gymnasialen Oberstufe. In der Klassenstufe 10 orientieren sich die Anforderungen im Erweiterungskurs an den Erfordernissen des mittleren Bildungsabschlusses, im Aufbaukurs an den Erfordernissen der gymnasialen Oberstufe.

Hinsichtlich der Inhalte im Erweiterungs- und Aufbaukurs ist der vorliegende Kernlehrplan mit den verbindlichen Inhalten des Lehrplans des achtjährigen Gymnasiums bis zum G8-Halbjahr 10/1 einschließlich abgestimmt. Die erhöhten Anforderungen im Aufbaukurs müssen durch den Schwierigkeitsgrad der Aufgabenstellung im Unterricht und in den Kursarbeiten sowie durch den geforderten Grad der Selbständigkeit bei der Aufgabenlösung deutlich werden.

Ziele eines Unterrichtens im A-Kurs sind sowohl der sichere Umgang mit Symbolen und Kalkülen als auch gleichberechtigt das Verstehen zentraler Begriffe und Problemlöseverfahren sowie das Erarbeiten von Modellvorstellungen und das mathematische Modellieren. Neben der Beherrschung der Begriffe und Verfahren gewinnt auch das Verständnis dafür, wie man zu zentralen Aussagen gelangt, an Bedeutung. In gleicher Weise kommt es auf das Beschreiben, Begründen und Beurteilen von Problemlösungen an. Dazu müssen auch Aufgaben mit offenen und komplexen Teilaufgaben gestellt werden, die vernetztes Denken erfordern und unterschiedliche Lösungswege ermöglichen.

Zum Umgang mit dem Kernlehrplan

Der vorliegende Kernlehrplan ist ein Bindeglied zwischen den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss bzw. mittleren Bildungsabschluss und den Eingangsvoraussetzungen in die gymnasiale Oberstufe auf der einen und einem auf Kompetenzerwerb ausgerichteten Unterricht auf der anderen Seite. Er gibt zahlreiche Hinweise, wie die in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzen zu erreichen sind. Der Kernlehrplan benennt für die Klassenstufen 5/6, 7/8 und 9 bzw. 9/10 Kerninhalte des Mathematikunterrichts und konkretisiert dabei dieses Kompetenzmodell. Er trägt somit sowohl einem an den allgemeinen mathematischen Kompetenzen (Teil 1) als auch einem fachsystematisch orientierten Unterricht (Teil 2) in Themenfeldern Rechnung.

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen (Teil 1)

Erfolgreicher Kompetenzerwerb setzt einen Unterricht voraus, in dem Schülerinnen und Schüler vielfach Gelegenheit erhalten, die oben aufgeführten Grunderfahrungen zu machen. Mathematik darf demnach nicht als ein rezeptiv aufzunehmendes, unveränderliches Produkt erscheinen, sondern muss auch als ein kreatives Betätigungsfeld erlebt werden. Daher ist den Bereichen „Mathematisch argumentieren“, „Kommunizieren“, „Probleme mathematisch lösen“ und „Mathematisch modellieren“ ein besonderes Gewicht zu geben.

Im ersten Teil des Kernlehrplans werden die sechs Kompetenzbereiche beschrieben, wobei zunächst der didaktische Hintergrund erläutert wird und einige methodische Hinweise gegeben werden. Anschließend werden die jeweils zum Ende einer (Doppel-)Klassenstufe zu erwerbenden Kompetenzen formuliert, so dass der kumulative Kompetenzerwerb deutlich wird. Damit dient dieser Teil des Kernlehrplans als didaktischer und methodischer Orientierungsrahmen, in den sich die konkreten unterrichtlichen Umsetzungen einordnen.

Die Themenfelder der Klassenstufen (Teil 2)

Im zweiten Teil werden für die Klassenstufen Themenfelder beschrieben. Meist lassen sich an einem Unterrichtsgegenstand Aspekte mehrerer Themenfelder finden. Sie bilden somit eine Strukturierungshilfe für den Unterricht, benennen aber keine abgeschlossenen Unterrichtseinheiten.

Klassenstufen 5/6	G-Kurs 7/8	E-Kurs 7/8
Natürliche Zahlen ----- Grundvorstellungen von Brüchen, Prozenten und ganzen Zahlen	Rationale Zahlen	Rationale Zahlen
Sachrechnen mit Größen	Sachrechnen mit proportionalen und antiproportionalen Zusammenhän- gen ----- Prozente und Zinsen	Sachrechnen mit proportionalen und antiproportionalen Zusammenhän- gen ----- Prozente und Zinsen
Muster, Terme und Gleichungen	Terme und (Un-)Gleichungen	Terme und (Un-)Gleichungen ----- Funktionen
Geometrie	Geometrie	Geometrie
Zufall und Statistik	Zufall und Statistik	Zufall und Statistik

G-Kurs 9	E-/A-Kurs 9/10
Wurzeln und Potenzen	Reelle Zahlen, Wurzeln und Poten- zen
Prozent- und Zinsrechnung	Veränderung - Wachstum und Ab- nahme
Gleichungen und Zuordnungen	Gleichungen, Zuordnungen und Funktionen
Geometrie	Geometrie
Wahrscheinlichkeit und Statistik	Wahrscheinlichkeit und Statistik

Zu jedem Themenfeld werden zunächst inhaltliche und methodische Hinweise gegeben, gefolgt von einer Benennung der Kerninhalte bzw. der prüfungsrelevanten Inhalte. Anschließend werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen exemplarisch an konkreten Inhalten erläutert. Enthalten sind implizit Hinweise und Vorgaben zur methodischen Gestaltung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts.

Kompetenzen und Inhalte, die die G- und E-/A-Kurse präzisieren, sind kursiv, die den A-Kurs präzisieren, mit einem Stern (*) und kursiv gekennzeichnet. Hinter den Präzisierungen ist der jeweilige Kurs vermerkt.

Verwendung einer Formelsammlung und neuer Medien

In den zentralen Abschlussprüfungen ist eine umfangreiche Formelsammlung zugelassen. Der kompetente Umgang mit einem solchen Nachschlagewerk ist ein Ziel eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts. Die Formelsammlung ist daher im Unterricht ab der Klassenstufe 7/8 regelmäßig und gezielt einzusetzen.

Im E- und A-Kurs kann die Verwendung eines graphikfähigen Taschenrechners (GTR) oder CAS-fähigen Taschencomputers (TC) Bestandteil eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts sein. Ihre Verwendung in der zentralen Abschlussprüfung kann auf Antrag genehmigt werden.

Teil 1

Allgemeine mathematische Kompetenzen und kumulative Entwicklung

Allgemeine mathematische Kompetenz *Mathematisch argumentieren*

Beispiele und Gegenbeispiele, Erläuterungen, Begründungen und formale Beweise sind typische Formen mathematischer Argumentationen. Die Schülerinnen und Schüler lernen die Bedeutung exakter Argumentationen kennen, indem sie eigene Lösungsideen und Lösungswege beschreiben und begründen, Argumentationen anderer kritisch prüfen und beurteilen und Fehler entdecken und korrigieren. Sie erwerben dadurch ein Gefühl für zulässige Schlussfolgerungen.

Durch das spielerische Variieren von Aufgaben erlernen die Schülerinnen und Schüler in kreativen Prozessen für die Mathematik typische Arbeitsweisen. Sie stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, sie äußern Vermutungen und begründen diese plausibel.

E/A-Kurs: Mathematische Zusammenhänge erschließen sich zunächst induktiv. Der formale Beweis steht am Ende einer langen Genese und dient in der Schule weniger dem Überzeugen von der Richtigkeit einer Aussage als dem Verstehen von Zusammenhängen im Sinne des lokalen Ordnen. Daher sollen erst in der Doppeljahrgangsstufe 9/10 einfache Aussagen aus dem Geometrieunterricht vorangegangener Jahrgangsstufen (z.B. Winkelsummensatz, Satz des Thales, Satz des Pythagoras) deduktiv begründet werden. Der Einsicht in das Prinzip des deduktiven Ableitens von Aussagen kommt dabei ein höherer Stellenwert zu als dem unverstandenen Wiedergeben einer Argumentationskette.

Im G-Kurs sind formale Beweisführungen nicht vorgesehen.

Kumulative Entwicklung der Kompetenz

5/6	7/8	9 bzw. 9/10
<ul style="list-style-type: none"> ○ Ideen und Vermutungen mit eigenen Worten präsentieren und erklären ○ Beispiele und Gegenbeispiele für bekannte mathematische Objekte angeben ○ Fehler entdecken und korrigieren 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen wiedergeben und bewerten ○ Beispiele und Gegenbeispiele zu neu definierten mathematischen Objekten angeben ○ Aussagen durch Beispiele und Gegenbeispiele exemplarisch belegen oder widerlegen ○ Fehler und Fehlvorstellungen an einfachen vorgegebenen Beispielen erläutern 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Argumentationen überprüfen, bewerten und selbst entwickeln ○ Fragen stellen, die für die Mathematik typisch sind, und Vermutungen begründet äußern ○ <i>anhand von Beispielen und Gegenbeispielen Definitionen entwickeln (E/A)</i> ○ <i>bekannte geometrische Sätze deduktiv beweisen (E/A)</i> * <i>Struktur des indirekten Argumentierens erfassen (A)</i>

Allgemeine mathematische Kompetenz *Kommunizieren*

Mathematikunterricht trägt zur Allgemeinbildung der Schülerinnen und Schüler u.a. dadurch bei, dass sie „Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur in einer spezifischen Art“ (Heinrich Winter, Mathematikunterricht und Allgemeinbildung) wahrnehmen, verstehen und beschreiben lernen. Dazu gehört in besonderer Weise die Kompetenz, Informationen aus authentischem Material, z.B. aus Zeitungstexten oder Tariftabellen und -angeboten von Internet- oder Handyangebietern, zu entnehmen und zu bewerten.

Die verbale Beschreibung mathematischer Sachverhalte, Verfahren oder Zusammenhänge ist ein wesentlicher Schritt im Lern- und Verstehensprozess. Erst nach erfolgter Reflexion kann eine sinnvolle Beschreibung erfolgen.

In der methodischen Gestaltung des Unterrichts ist darauf zu achten, dass durch zahlreiche Sprech- und Schreibangebote diese Lernprozesse initiiert werden. Das Führen eines Lerntagebuchs oder das Schreiben mathematischer Aufsätze und der mündliche Vortrag sind nur drei mögliche methodische Varianten.

Im Unterricht sind dabei Lern- und Leistungssituationen streng und für die Schülerinnen und Schüler klar erkennbar zu trennen. Nur so kann eine Unterrichtskultur entstehen, in der Fehler bzw. Irrwege für eine fruchtbare Auseinandersetzung mit den Lerninhalten genutzt werden.

Kumulative Entwicklung der Kompetenz

5/6	7/8	9 bzw. 9/10
<ul style="list-style-type: none"> ○ Ergebnisse in kurzen Beiträgen präsentieren und schriftlich darstellen ○ Informationen aus einfachen mathematischen Darstellungen (Texte, Bilder, Tabellen) wiedergeben ○ einfache mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und eigene Entdeckungen mit eigenen Worten wiedergeben 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Lösungswege dokumentieren und in vorbereiteten Beiträgen präsentieren ○ Informationen aus mathematischen Darstellungen selbst strukturieren und bewerten ○ Arbeitsschritte in einem bekannten Verfahren (z.B. Konstruktion, Algorithmus) mit eigenen Worten erläutern 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Informationen aus authentischen Texten (z.B. Zeitung, Werbung) und mathematischen Darstellungen entnehmen, analysieren und bewerten ○ Bearbeitungen komplexer Arbeitsaufträge präsentieren ○ mathematische Zusammenhänge mit Fachbegriffen erläutern

Allgemeine mathematische Kompetenz *Probleme mathematisch lösen*

Geeignete heuristische Strategien lassen sich den Schülern z.B. durch folgende Leitfragen nahe bringen: Worum geht es in dem Problem?, Wie lässt sich das Problem in meiner Sprache oder einfacher formulieren?, Was ist gegeben?, Was ist gesucht?, Wie lässt sich das Problem veranschaulichen?, Habe ich ein ähnliches Problem schon einmal gelöst?, In welche Teilprobleme lässt sich das Problem zerlegen?, Kenne ich einfache Spezialfälle des Problems?

Im Unterricht sind heuristische Strategien (wie z.B. Versuch und Irrtum, Überschlagen, systematisches Probieren) und heuristische Hilfsmittel (wie z.B. Tabellen, aussagekräftige Skizzen) bewusst zu machen und an variantenreichen Beispielen ständig zu wiederholen und zu festigen.

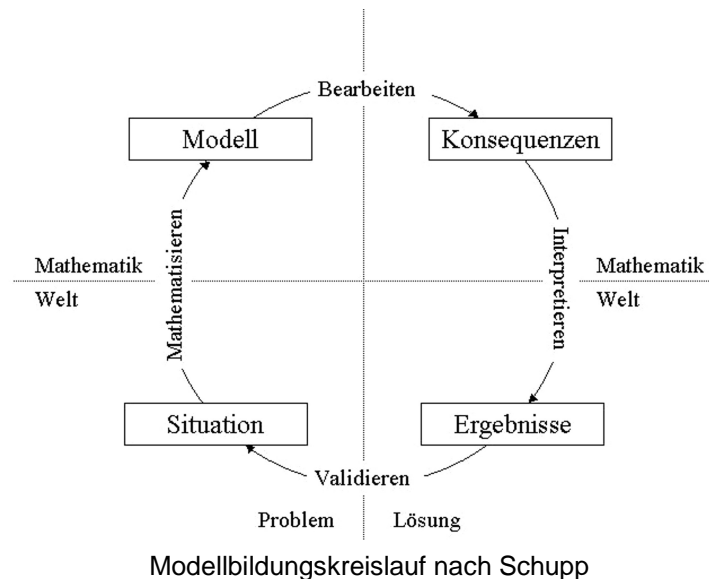
Eine Problemvorstellung mit anschließendem erstem Hineindenken (z.B. in den letzten 10 Minuten einer Unterrichtsstunde) bietet sich methodisch an. Den Schülern die Zeit zum selbstständigen Arbeiten zu lassen ist Voraussetzung für erfolgreiches Problemlösen in der Schule.

Kumulative Entwicklung der Kompetenz

5/6	7/8	9 bzw. 9/10
<ul style="list-style-type: none"> ○ Plausibilität von Ergebnissen überprüfen ○ heuristische Hilfsmittel (Tabelle, Skizze) kennen und verwenden ○ heuristische Strategien auswählen und anwenden, insbesondere „Versuch und Irrtum“ und „Begründetes Überschlagen“ 	<ul style="list-style-type: none"> ○ <i>vorgegebene</i> (G) heuristische Strategien auswählen und anwenden, insbesondere „Zerlegen in Teilprobleme“ und „Systematisches Probieren“ 	<ul style="list-style-type: none"> ○ heuristische Strategien auswählen und anwenden, insbesondere „Systematisches Probieren“ und „Erstellen von aussagekräftigen Skizzen“ (G) bzw. „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“ und „Analogisieren“ (E/A) ○ vorgegebene und selbst formulierte Probleme angehen * <i>in gegebenen Situationen Aussagen über das unendlich Kleine oder das unendlich Große durch Extrapolation gewinnen</i> (A)

Allgemeine mathematische Kompetenz *Mathematisch modellieren*

Es ist ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts, die Fähigkeit zu schulen, reale Situationen in die Sprache der Mathematik zu übersetzen (Mathematisieren) und umgekehrt mathematische Modelle zu realisieren, die entwickelten mathematischen Modelle zu bearbeiten, die Konsequenzen in der Realsituation zu interpretieren und die Ergebnisse und damit das gesamte Modell zu bewerten (Validieren). Möglicherweise ist dieser Prozess erneut zu durchlaufen, möglicherweise müssen verschiedene Modelle gegeneinander abgewogen werden. Die Graphik veranschaulicht diesen Modellbildungskreislauf mit der Unterscheidung der Seiten Problem und Lösung sowie der Ebenen Mathematik und Welt. Die Schülerinnen und Schüler reflektieren anhand konkreter Beispiele den Modellbildungskreislauf. Sie gewinnen dadurch eine kritische Haltung gegenüber der Aussagekraft mathematischer Resultate in Realsituationen. Im Unterricht lassen sich kaum lebenswahre Modellierungen durchführen. Dem Mathematikunterricht kommt vielmehr die Aufgabe zu, Modellbildungsprozesse zu reflektieren.



Kumulative Entwicklung der Kompetenz

5/6	7/8	9 bzw. 9/10
<ul style="list-style-type: none"> ○ Mathematisieren durch Erstellen von Termen, Figuren und Diagrammen ○ Angeben von möglichen Realsituationen zu gegebenen Termen, Figuren und Diagrammen 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Verwenden von proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen, linearen Gleichungen und <i>linearen Funktionen</i> (E) ○ Durchführen aller Einzelschritte des Modellierens, insbesondere Interpretieren und Validieren anhand vorgegebener Situationen, Modelle und Konsequenzen 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Durchlaufen und Beschreiben kompletter Modellbildungskreisläufe in wirklichkeitsnahen Situationen ○ <i>Verwenden linearer Gleichungen sowie proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen</i> (G) ○ <i>Verwenden von linearen Gleichungssystemen, quadratischen und trigonometrischen Funktionen und Exponentialfunktionen</i> (E/A) ○ <i>Angeben möglicher Realsituationen zu vorgegebenen linearen, proportionalen oder antiproportionalen Modellen</i> (G) ○ <i>Modelle kritisch beurteilen und gegeneinander abwägen</i> (E/A) * <i>komplexe stochastische Modelle erkennen und handhaben</i> (A)

Allgemeine mathematische Kompetenz *Mathematische Darstellungen verwenden*

Mathematischen Darstellungen lassen sich drei wesentliche Funktionen zuordnen:

- Sie ermöglichen regelhaftes Operieren.
- Sie erweitern unsere Denkmöglichkeiten (z.B. Skizzen und Diagramme, die Problemlösungsprozesse unterstützen).
- Sie sind als Kommunikationsmittel nützlich.

Die Schülerinnen und Schüler sollen unterschiedliche Darstellungen mathematischer Objekte kennen, Beziehungen zwischen diesen herstellen und sie zielgerichtet und situationsangemessen verwenden. Dem Prozess des Interpretierens, des Transformierens und des Entwickelns von Darstellungen muss daher im Unterricht besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden.

Mit Darstellungen kommunizieren Lehrende wie Lernende ihre Vorstellungen. Als Lehrender muss man sich in Lern- und Leistungssituationen der Tatsache bewusst sein, dass verschiedene Lernende je nach Denkstil auch verschiedene Darstellungen bevorzugen.

Kumulative Entwicklung der Kompetenz

5/6	7/8	9 bzw. 9/10
<ul style="list-style-type: none"> ○ verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen kennen, unterscheiden, verstehen und anfertigen 	<ul style="list-style-type: none"> ○ verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen verwenden, interpretieren und unterscheiden ○ Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen 	<ul style="list-style-type: none"> ○ unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln * <i>die charakteristischen Eigenschaften von Funktionsgraphen erfassen und zur Beschreibung der Funktion verwenden (A)</i> * <i>funktionale Abhängigkeiten in Termen darstellen und die Bedeutung der Variablen situationsbezogen analysieren (A)</i>

Allgemeine mathematische Kompetenz Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Die Mathematik ist in der Lage, Zusammenhänge in einer Symbolsprache auszudrücken und mit diesen Symbolen formal zu operieren, um somit neue Zusammenhänge zu erschließen, Probleme zu bearbeiten oder bekannte Sachverhalte neu zu strukturieren. Das Erlernen dieser Sprache erfolgt langsam und basiert - wie in jeder anderen Sprache auch - auf dem Lernenden nahestehenden Sinnzusammenhängen. Durch ständiges Anwenden der symbolischen, formalen und technischen Elemente der Mathematik in variierenden inner- wie außermathematischen Kontexten erlangen die Schülerinnen und Schüler eine immer größere Sicherheit.

Eine umfangreiche Formelsammlung, die Zusammenhänge auf symbolischer, ikonischer und verbaler Ebene verdeutlicht, entlastet die Schülerinnen und Schüler vom Auswendiglernen abstrakter Formeln, spricht unterschiedliche Denk- und Lerntypen gleichermaßen an, fördert die Kompetenz im Umgang mit Nachschlagewerken und eröffnet ein großes mathematisches Betätigungsfeld. Die formalen, symbolischen und technischen Elemente der Mathematik nehmen so die Rolle von Werkzeugen an, deren verständiger Umgang im Mittelpunkt eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts steht.

Tabellenkalkulationsprogramme, Funktionenplotter und Dynamische Geometriesysteme bieten ein hohes didaktisches Potenzial, um symbolische und formale Elemente der Mathematik auf anderen Darstellungsebenen zu untersuchen und zu verwenden.

Kumulative Entwicklung der Kompetenz

5/6	7/8	9 bzw. 9/10
<ul style="list-style-type: none"> ○ schriftliche Grundrechenarten beherrschen ○ Stellenwerttafel insbesondere zum Umrechnen von Einheiten verwenden ○ mit Zirkel und Geodreieck saubere Zeichnungen anfertigen 	<ul style="list-style-type: none"> ○ algorithmische Lösungsverfahren (lineare Gleichungen, Dreisatz) und einfache Termumformungen beherrschen ○ einfache Terme interpretieren und aufstellen ○ Formelsammlung, Taschenrechner und Software in Situationen nutzen, in denen ihr Einsatz geübt wurde 	<ul style="list-style-type: none"> ○ symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt ○ mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Tabellen und Diagrammen flexibel und situationsangemessen arbeiten ○ Formelsammlung, Taschenrechner und Software flexibel und situationsangemessen nutzen ○ <i>algorithmische Lösungsverfahren (quadratische Gleichungen, lineare Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten) ausführen und hinsichtlich ihrer Effizienz beurteilen (E/A)</i> * <i>Parameter an ausgewählten Funktionen in unterschiedlichen Darstellungen variieren (A)</i>