

Kernlehrplan Mathematik

# Themenfelder der Klassenstufen 5 und 6

Gesamtschule

2010

Zentrale Ziele dieses Themenfeldes sind der Ausbau der Zahlvorstellung und der Grundvorstellungen zu den Grundrechenarten sowie die Wiederholung und Festigung der Rechenalgorithmen. Hierzu dienen insbesondere Kopfrechenübungen (Überschlagsrechnung, kleines und großes Einmaleins, Quadratzahlen), Verwendung verschiedener Zahldarstellungen (z.B. römische Zahlen, babylonische Keilschrift, ägyptische Zahldarstellung, Zehnerstellenwertsystem), Lesen und Schreiben großer Zahlen (bis Billionen) sowie der häufige Gebrauch des Zahlenstrahls. Fragestellungen aus dem Themenkomplex „Teiler-Vielfache-Primzahlen“ erweitern und festigen das Zahlverständnis und bieten darüber hinaus ein kreatives Betätigungsfeld.

**Inhalte**

Zahldarstellungen, Kleines und großes Einmaleins, Quadratzahlen, Potenzschreibweise, Zehnerpotenzen, Grundrechenarten und Fachbegriffe, Rechenvorteile und -gesetze, Überschlagsrechnungen

Teilbarkeitsregeln, Primzahlen, Teiler, Vielfache, kgV, ggT, Teilmengen von  $\mathbb{N}$

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- Fehler bei Divisionsaufgaben durch Überschlagsrechnung finden
- Erläutern, weshalb die Ausdrücke „kgT“ und „ggV“ unsinnig sind
- Teilbarkeitsregeln anwenden

**Kommunizieren**

- Rechenausdrücke unter Verwendung der Fachbegriffe beschreiben
- das Sieb des Erathostenes zur Bestimmung von Primzahlen erläutern

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- große Zahlen in Worten und in Ziffern darstellen
- Zahlen auf einem geeignet gewählten oder vorgegebenen Zahlenstrahl eintragen oder ablesen
- Stellenwerte als Zehnerpotenz darstellen

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Algorithmen der Grundrechenarten beherrschen
- Ergebnisse durch Überschlagsrechnung im Kopf abschätzen
- Mengenschreibweise bei Teiler- und Vielfachenmengen verwenden
- Rundungsregeln anwenden

**Probleme mathematisch lösen**

- den ggT und das kgV zweier Zahlen finden
- geeignete Rechenvorteile erkennen und nutzen

**Modellieren**

- Terme aus Textaufgaben erstellen oder Textaufgaben zu vorgegebenen Termen erfinden

Die verschiedenen Aspekte von Brüchen (z.B. Teil eines Ganzen, Teil mehrerer Ganzer, Operator, Quotient, Verhältnis, Kommazahl, Prozentsatz, „ganze“ Zahl) zeigen die Komplexität dieses Themas und lassen die Schwierigkeiten für die Schüler schon erahnen. Ein zweistufiges Vorgehen im Unterricht ist empfehlenswert und wird durch die Verteilung der Inhalte auf die Doppeljahrgangsstufen 5/6 und 7/8 deutlich:

1. Inhaltlich-anschauliche Phase
2. Formal-regelhafte Phase

In der ersten Phase sollen grundlegende Vorstellungen zu den Bruchzahlen (auch Dezimalbrüchen, Prozentsätzen, ganzen Zahlen) entwickelt werden. Unabdingbar ist auf dieser Stufe ein handlungsorientiertes, aktiv-entdeckendes Arbeiten mit konkretem Material. Einfaches Rechnen mit Brüchen soll sich auf die Addition und die Subtraktion nur innerhalb der drei Bruchfamilien Halbe-Viertel-Achtel, Fünftel-Zehntel und Drittel-Sechstel-Zwölftel beschränken.

Die zweite Phase, in der das Rechnen mit Hilfe von Regeln erlernt werden soll, schließt sich erst in der Doppeljahrgangsstufe 7/8 an.

Gleiches gilt für die ganzen Zahlen. Hier werden durch viele Beispiele aus der Erfahrungswelt der Schüler (z.B. Temperatur, Aufzug, Kontostände) Grundvorstellungen entwickelt und Addition und Subtraktion als Bewegungen auf der Zahlengerade gedeutet. Die rein formale Stufe erfolgt erst in der Doppeljahrgangsstufe 7/8.

Eine Ausnahme bilden die Dezimalbrüche. Die Grundrechenarten können auf der Basis von gesicherten Grundvorstellungen und in Anlehnung an die bekannten Algorithmen mit natürlichen Zahlen auch unter Zuhilfenahme der Stellenwerttafel des Zehnersystems auf der formalen Ebene behandelt werden.

### **Inhalte**

Grundvorstellungen eines Bruches (z. B. Teil eines Ganzen, Teil mehrerer Ganzer, Bruchteil einer Einheit, Operator, Dezimalbruch, Prozentsätze, Verhältnis, Ergebnis einer Division) Größenvergleich, Addition und Subtraktion innerhalb der Bruchfamilien, Addition und Subtraktion von ganzen Zahlen, Dezimalbruchrechnung

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

### **Argumentieren**

- Fehler bezüglich der Kommasetzung in Additions- und Multiplikationsaufgaben finden und beschreiben
- eigene Ideen zur Darstellung von Bruchteilen entwickeln
- Grundvorstellungen zur Anordnung von Brüchen verwenden

### **Kommunizieren**

- die Addition und Subtraktion ganzer Zahlen anhand eines selbst gewählten Modells erläutern
- den Unterschied zwischen „subtrahiere 3 von ...“ und „nimm ein Viertel von ...“ erläutern
- den Unterschied zwischen „20 % von 100 € sind ...“ und „20 % von ... sind 100 €“ erläutern

### **Mathematische Darstellungen verwenden**

- einfache Prozentsätze als Bruchteile (auch graphisch) darstellen
- zwischen Prozent-, Dezimalbruch- und Bruchstrichschreibweise wechseln

### **Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Addition und Subtraktion innerhalb der Bruchfamilien durchführen
- Addition und Subtraktion ganzer Zahlen und Grundrechenarten mit Dezimalbrüchen durchführen

Im Themenfeld „Geometrie“ liegt der Schwerpunkt im handlungsorientierten, selbstständigen Zugang zu den geometrischen Grundbegriffen und -relationen. Ein sauberer und richtiger Umgang mit Zirkel und Geodreieck ist grundlegend für das Zeichnen geometrischer Figuren, das Erzeugen von Achsensymmetrien und das Anfertigen von Koordinatensystemen. Dabei sollen auch die Vierecksarten kennengelernt werden.

Das Bestimmen des Flächeninhaltes von Quadrat, Rechteck und daraus zusammengesetzten Figuren und des Umfanges von geradlinig begrenzten Figuren geht der algorithmischen Berechnung voraus. Gleiches gilt analog für das räumliche Vorstellungsvermögen von Quader, Würfel und daraus zusammengesetzter Körper sowie die Berechnung von deren Oberfläche und Volumen.

**Inhalte**

Grundbegriffe Punkt, Strecke, Strahl, Gerade, senkrecht, parallel, Vierecksarten, Achsensymmetrien erkennen und erzeugen

Flächen (Quadrat, Rechteck, zusammengesetzte Figuren, Flächeninhalt und Umfang)

Körper (Quader, Würfel, zusammengesetzte Körper, Oberflächeninhalt, Rauminhalt)

Kreis und Winkel; Koordinatensystem

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- die Begriffe Viereck, Rechteck und Quadrat verwenden und Beispiele und Gegenbeispiele in der Umwelt nennen
- Winkelmaße unter Ausnutzung der Winkelarten abschätzen
- verschiedene Vierecksarten unterscheiden

**Kommunizieren**

- Eigenschaften von Figuren und Körpern unter Verwendung eines Modells oder einer Zeichnung benennen

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- Punkte in ein Koordinatensystem zeichnen oder Koordinaten ablesen

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Netze und Schrägbilder sauber zeichnen
- Umfang, Flächeninhalt, Oberfläche und Volumen berechnen
- Winkel zeichnen und messen
- Parallelen, Senkrechten, Bildpunkte und Symmetrieachsen mit Zirkel, Lineal und Geodreieck konstruieren

**Probleme mathematisch lösen**

- Symmetrieachsen einzeichnen oder vorgegebene Figuren zu achsensymmetrischen Figuren ergänzen
- fehlende Maße in zusammengesetzten Figuren (z.B. Grundrissen) bestimmen

**Modellieren**

- Körper aus der realen Welt mit Hilfe (zusammengesetzter) geometrischer Körper beschreiben und ggf. berechnen

Basierend auf ihren Alltagserfahrungen rechnen die Schülerinnen und Schüler in den Größenbereichen Längen, Geld, Gewichte, Zeitpunkte, Zeitspannen, Flächeninhalte und Volumina. Umrechnungen in Ober- und Untereinheiten sollten auf alltagsübliche Einheiten beschränkt werden. Alltagsferne Aufgaben (z.B.  $3\text{m}4\text{dm} + 4\text{dm}2\text{cm}$ ) sind zugunsten einer soliden Vorstellung von Größen zurückzustellen. Der Schwerpunkt liegt in diesem Themenfeld auf dem Strukturieren und der ikonischen Darstellung von Sachsituationen, dem Lösen von Aufgaben mit den heuristischen Hilfsmitteln „Tabelle“ und „aussagekräftige Skizze“ und den heuristischen Strategien „Systematisches Probieren“ und „Versuch-und-Irrtum“. Es bietet sich an, nicht alle Größenbereiche in einer längeren Unterrichtseinheit zu behandeln, sondern im Laufe der Doppeljahrgangsstufe häufiger zu diesem Themenfeld zurückzukehren und das Repertoire an Größenbereichen und an Lösungsstrategien schrittweise zu erweitern. Über das Beantworten einer gestellten Frage in einem geschlossenen Antwortsatz und das Validieren der Antwort durch eine Überschlagsrechnung oder eine außermathematische Plausibilitätsbetrachtung sollen die Schülerinnen und Schüler langsam zu einer kritischen Einstellung gegenüber eigenen Lösungen gebracht werden („Habe ich die gestellte Frage wirklich beantwortet?“ und „Kann dieses Ergebnis überhaupt stimmen?“).

**Inhalte**

Messverfahren, Maßzahlen und Maßeinheiten, Größenbereiche Längen, Geld, Gewichte, Zeitpunkte, Zeitspannen, Flächeninhalte, Rauminhalte

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- Größen abschätzen
- Fehler beim Berechnen von Zeitspannen erkennen und beschreiben

**Kommunizieren**

- relevante Größen in Texten erkennen und nutzen

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- Einheiten und maßstabgetreue Darstellungen zum Vergleichen und zum Vorstellen von Größen verwenden

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Umwandlungsregeln beherrschen
- Maßstab nutzen

**Probleme mathematisch lösen**

- zu vorgegebenen Geldbeträgen mögliche Stückelungen systematisch finden
- Sachsituationen in aussagekräftige Skizzen und/oder Tabellen übersetzen

**Modellieren**

- Ergebnisse in sinnvollen Einheiten angeben
- an der Fragestellung orientierte Antwortsätze formulieren
- Plausibilität eines Ergebnisses durch Überschlagsrechnung und Heranziehen von Vergleichsgrößen überprüfen

Das Erkennen von Regelmäßigkeiten ist eine Grundform mathematischen Denkens, der eine zunehmende Formalisierung folgt. Logisches Fortsetzen von Zahlenfolgen oder geometrischen Mustern und ikonische Darstellungen der Grundrechenarten sind ein erster Einstieg in das bewusste Suchen nach Mustern und das Erkennen von Mustern.

An dieser Stelle soll keinesfalls durch eine Formalisierung schon die Gleichungslehre entwickelt werden. Gleichungen können aus der Inversion bekannter Berechnungen hergeleitet werden. Aus „Wie groß ist der Flächeninhalt, wenn ...?“ wird „Welche Seitenlänge hat ... bei gegebenem Flächeninhalt?“ Systematisches Probieren und Operationsumkehr werden bewusst als heuristische Strategien eingeübt.

**Inhalte**

Zahlenfolgen, figurierte Zahlen, Bildungsgesetze, Umkehroperationen, einfache Zahlenterme, einfache Gleichungen

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- Gesetzmäßigkeiten in Mustern (Zahlenfolgen, geometrischen Mustern) erkennen und diese begründet fortsetzen
- Fehler in Lösungswegen (z.B. falsches Anwenden von Bildungsgesetzen, falsche Operationsumkehr) erkennen und korrigieren

**Kommunizieren**

- Gesetzmäßigkeiten in Mustern (Zahlenfolgen, geometrischen Mustern) beschreiben
- Lösungswege beim Lösen von Gleichungen verständlich dokumentieren

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- Operatorschreibweise, Tabelle und natürliche Sprache zur Beschreibung von Gesetzmäßigkeiten verwenden
- Grundrechenarten und Rechengesetze ikonisch darstellen
- Terme aus verbaler Beschreibung heraus aufstellen

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Zahlenterme aufstellen und berechnen
- Gleichungen aufstellen und lösen

**Probleme mathematisch lösen**

- Gleichungen durch systematisches Probieren oder Operationsumkehr lösen
- Zahlenrätsel durch Operationsumkehr (Rückwärtsarbeiten) lösen

**Modellieren**

- Sachaufgaben zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen formulieren
- einfache Sachaufgaben oder geometrische Probleme in Terme oder Gleichungen übersetzen

Mit dem Darstellen von Daten in Strichlisten, Tabellen, Punkt- und Balkendiagrammen, nach Einführung der Winkelmessung auch Kreisdiagrammen, lernen die Schülerinnen und Schüler wichtige Tätigkeiten der beschreibenden Statistik. Sie erlernen die gezielte Informationsentnahme aus ihren eigenen Diagrammen und bekommen durch das „Spielen“ mit unterschiedlichen Diagrammtypen ein Gefühl für deren jeweilige Vorzüge und Nachteile. Die Diagrammfunktion eines Tabellenkalkulationsprogramms sollte hier bereits zum Einsatz kommen, darf das Zeichnen von Diagrammen von Hand aber nicht ersetzen, da sinnvolle Maßstabswahl und ordentliche Ausführung wichtige, immer wieder zu verfolgende Ziele sind.

Das Durchführen und Auswerten von Versuchsreihen mit verschiedenen, leicht herstellbaren Zufallsobjekten (z.B. Würfel, gezinkter Würfel, Quader, Glücksrad) und das Beantworten von einfachen Fragestellungen - auf einem intuitiven Wahrscheinlichkeitsbegriff (z.B. als Chance) beruhend - sollen den Schülerinnen und Schülern einen Einblick in zufällige Vorgänge auf enaktiver und ikonischer Ebene ermöglichen. Eine Einführung der Begriffe „relative Häufigkeit“ und „Wahrscheinlichkeit“ erfolgt erst in der Doppeljahrgangsstufe 7/8.

**Inhalte**

Datenerfassung, z.B. Strichliste, Darstellung von Datenerhebungen in Form von Diagrammen und Tabellen, qualitative Auswertung von Daten, arithmetisches Mittel, Zentralwert, Durchführen einfacher Zufallsexperimente

Die nachfolgenden Beispiele zeigen exemplarisch, worin die in diesem Themenfeld zu erwerbenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum Ausdruck kommen.

**Argumentieren**

- Schlüssige Aussagen bezüglich einer bekannten Datenmenge treffen
- Chancen und Risiken bei Würfelspielen, Glücksrädern und Losverfahren begründen

**Kommunizieren**

- Datenverteilungen vorstellen und beschreiben (z.B. häufigster Wert, größter und kleinster Wert, arithmetisches Mittel, Zentralwert)
- Ergebnisse von Datenerhebungen zusammentragen und vergleichen

**Mathematische Darstellungen verwenden**

- Datenerhebungen in Strichlisten und Diagrammen darstellen
- Zufallsexperimente durchführen und auswerten
- arithmetisches Mittel in Balkendiagrammen einzeichnen

**Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**

- Datenerfassungen organisieren und durchführen
- Diagramme mit Hilfe des Computers erzeugen
- arithmetisches Mittel berechnen

**Probleme mathematisch lösen**

- Datenmengen mit vorgegebenen Eigenschaften konstruieren (z.B.: „Wie müsste man ... ändern, damit der Mittelwert ...“)

**Modellieren**

- Beurteilen, ob gestellte Fragen mit Hilfe der gesammelten und ausgewerteten Daten beantwortet werden können